



# UNIVERSITÀ DI SIENA

1240

Università degli Studi di Siena

---

DIPARTIMENTO DI SCIENZE FISICHE DELLA TERRA E DELL'AMBIENTE  
Corso di Laurea in Fisica e Tecnologie Avanzate

## Caratterizzazione di sensori SiPM per astrofisica e spettrometria gamma

**Relatore:**  
Prof. Riccardo Paoletti

**Tesi di Laurea di:**  
Pietro Centorrino

Anno Accademico 2016-2017

# Indice

<b>1</b>	<b>Astronomia Cherenkov</b>	<b>3</b>
1.1	Raggi Cosmici . . . . .	3
1.2	Sciami atmosferici . . . . .	5
1.3	Luce Cherenkov . . . . .	7
1.4	Telescopi Cherenkov . . . . .	10
<b>2</b>	<b>Spettrometria gamma</b>	<b>13</b>
2.1	Scintillatori . . . . .	14
2.2	Interazione fotone materia . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Rivelatori al silicio</b>	<b>18</b>
3.1	Fotodiode . . . . .	18
3.2	APD . . . . .	19
3.2.1	Guadagno . . . . .	21
3.3	SiPM . . . . .	23
3.3.1	Segnale SiPM . . . . .	24
3.3.2	Circuito equivalente . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Caratterizzazione SiPM</b>	<b>27</b>
4.1	Apparato sperimentale . . . . .	27
4.2	Misura del voltaggio di breakdown . . . . .	29
4.3	Misura del guadagno . . . . .	32
4.4	Misura di Crosstalk e Dark count . . . . .	35
4.5	Afterpulse . . . . .	39
4.6	Photon detection efficiency . . . . .	40

# Introduzione

Negli ultimi anni si è sviluppata sempre di più la tecnologia per la produzione di un tipo di rivelatore al silicio: il Silicon Photomultiplier (SiPM). Il SiPM è un array di fotodiodi a valanga (APD) posti in parallelo su un comune substrato in silicio. Per le caratteristiche costruttive, i SiPM sono sensibili in un grande intervallo dinamico, dal singolo fotone a 1000 fotoni, nonostante la superficie del dispositivo sia dell'ordine di alcuni  $mm^2$ , operano ad un basso voltaggio ( $\approx 50V$ ) e sono insensibili ai campi magnetici. Per queste ragioni questi rivelatori sono preferibili ai tradizionali fotomoltiplicatori in diverse applicazioni.

Le tecniche basate sul conteggio dei fotoni e sul loro tempo di arrivo, sono utilizzate in molti ambiti di ricerca: nella caratterizzazione di diodi laser e fibre ottiche, in astronomia, in fisica nucleare e nelle misure di emissione di decadimenti fluorescenti in medicina, chimica, scienza dei materiali e biologia.

Lo scopo di questa tesi è quello di caratterizzare ed effettuare delle misure di rumore ed efficienza su due tipi diversi di SiPM prodotti dalla Hamamatsu Photonics:

- Il modello S12571-100C (2013)
- Il modello S13360-1350CS (2016)

Per i due SiPM sono state studiate alcune caratteristiche: voltaggio di "breakdown", guadagno, frequenza di "dark count" e probabilità di "crosstalk". Inoltre è stato misurato l'andamento della photon detection efficiency con tre diverse analisi statistiche. Le misure sono state effettuate con la strumentazione contenuta nel "Educational Photon Kit", prodotto dalla ditta Caen.

Nei primi due capitoli vengono presentate due possibili applicazioni per questo tipo di rivelatori:

- La Astronomia Cherenkov, in particolare il progetto CTA (Cherenkov Telescope Array)
- La spettrometria gamma, una tecnica spettroscopica che permette il riconoscimento di un materiale radioattivo attraverso il suo spettro.

Nel capitolo 3 vengono presentati: i fotodiodi, gli APD e i SiPM, analizzando il funzionamento e le caratteristiche più importanti di questi oggetti.

Nei capitolo 4 viene presentato: l'apparato sperimentale, i risultati della caratterizzazione dei due SiPM e le tecniche di analisi utilizzate.

# Capitolo 1

## Astronomia Cherenkov

### 1.1 Raggi Cosmici

I raggi cosmici sono particelle energetiche provenienti dallo spazio esterno, alle quali è esposta la Terra e qualunque altro corpo celeste. La loro origine è varia: sono prodotte dalle stelle, dalle supernovae e anche da oggetti remoti come i quasar. I raggi cosmici hanno energie che variano in un intervallo che va da circa  $10^8$  eV fino a  $10^{20}$  eV, che corrisponde all'energia cinetica di una pallina da tennis lanciata a 100 km/h [1]. I raggi di energia più bassa sono i più numerosi, mentre il loro numero diminuisce all'aumentare dell'energia. Studiare questi raggi è stato fondamentale per lo sviluppo della fisica delle particelle: prima dello sviluppo tecnologico degli acceleratori, i raggi cosmici erano l'unica fonte di studio per le interazioni ad alte energie. Grazie a questi studi sono state scoperte particelle come il positrone, il muone e le particelle strane. Ancora oggi, l'energia dei raggi cosmici è milioni di volte superiore rispetto a quella che si può ottenere dagli acceleratori. Quando queste particelle, protoni e nuclei di elio per la maggior parte, entrano a contatto con l'atmosfera interagiscono e producono uno sciame di particelle secondarie. Nei casi in cui manchi lo schermatura dell'atmosfera, come nei satelliti artificiali, i raggi cosmici pongono un problema notevole: l'elettronica di bordo deve essere irrobustita e schermata per evitare malfunzionamenti e, nel caso di missioni con equipaggio umano, gli astronauti stessi sono sottoposti al bombardamento di raggi cosmici, che possono avere effetti ionizzanti sui tessuti biologici; questo è uno dei principali problemi che dovremo affrontare se vorremo intraprendere "odissee nello spazio".

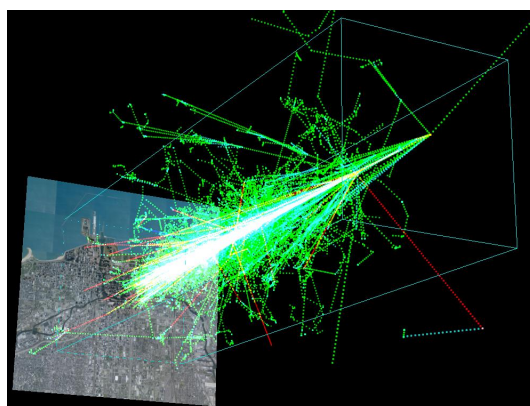


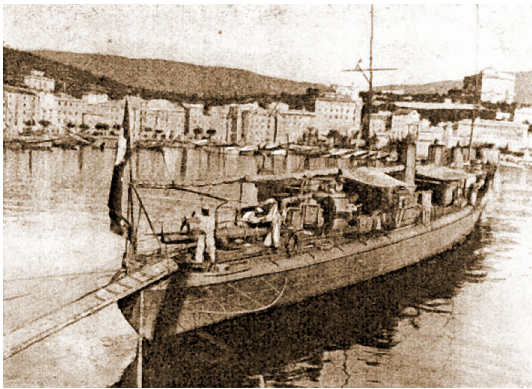
Figura 1.1: Simulazione di uno sciame generato da un protone con 1TeV di energia, il raggio inizia a interagire con l'atmosfera a 20km da terra. La superficie terrestre rappresentata è la mappa (8km x 8km) del lungolago di Chicago. [2]



La provenienza dei raggi cosmici è stata considerata per due secoli un vero e proprio mistero [3]. L'esistenza di una sconosciuta fonte di ionizzazione dell'aria fu notata per la prima volta negli anni ottanta del '700: Coulomb osservò che gli elettroscopi si scaricavano spontaneamente in aria, anche se isolati quanto meglio possibile dal punto di vista elettrico. Crookes osservò nel 1879 che la velocità di scarica diminuiva quando la pressione veniva ridotta. Si concluse quindi che la causa diretta della scarica dell'elettroscopio dovesse essere la ionizzazione dell'aria contenuta nell'elettroscopio stesso. Ma non era ancora nota la causa di questa ionizzazione.

Dopo la scoperta della radioattività, dovuta nel 1896 ad Antoine Henri Becquerel, Marie Curie e Pierre Curie, i due coniugi Curie poterono constatare che le radiazioni avevano degli effetti sulle proprietà isolanti dell'aria, notando che la velocità di scarica di un elettroscopio aumentava sensibilmente avvicinandogli delle sorgenti radioattive. Oggi sappiamo che questo avviene a causa della carica che hanno alcune particelle emesse durante il decadimento. Numerosi ricercatori notarono fra il 1901 e il 1903 che gli elettroscopi si scaricavano anche se completamente schermati, deducendo che la scarica spontanea fosse dovuta ad una radiazione altamente penetrante.

Questo fenomeno veniva inizialmente attribuito alla radioattività della crosta terrestre ma il fisico Domenico Pacini poté escludere questa possibilità: immerse un elettroscopio a tenuta stagna nelle acque di Livorno e in quelle del lago di Bracciano fra il giugno e l'ottobre 1911 e misurò la diminuzione della radioattività (proporzionale al tempo di scarica dell'elettroscopio) all'aumentare della profondità.



(a) Il cacciatorpediniere "Fulmine" usato da Pacini per prendere le misure nel porto di Livorno



(b) Hess a bordo della mongolfiera usata per misurare la radioattività a diverse altezze

Figura 1.2:

Fu però Victor Hess nel 1912 che, con l'aiuto di palloni sonda e di una mongolfiera dimostrò che questa radiazione ionizzante aumentava con la quota e che aveva quindi origine extraterrestre. Per questa scoperta ricevette il Nobel per la Fisica nel 1936, due anni dopo la morte di Pacini.

## 1.2 Sciame atmosferici

Con sciame atmosferico si intende l'insieme delle particelle facenti parte della catena di interazione di un singolo raggio cosmico interagente con l'atmosfera e avente un'energia sufficiente affinché lo sciame sia rivelabile a terra.

Gli sciame risultano essere composti principalmente da fotoni, elettroni e positroni. Lo sciame copre a terra una vasta area e lo spread laterale dello stesso è in larga parte determinato dalla deflessione coulombiana degli elettroni meno energetici e dipende dalla natura adronica o elettromagnetica del cosmico che lo ha originato.

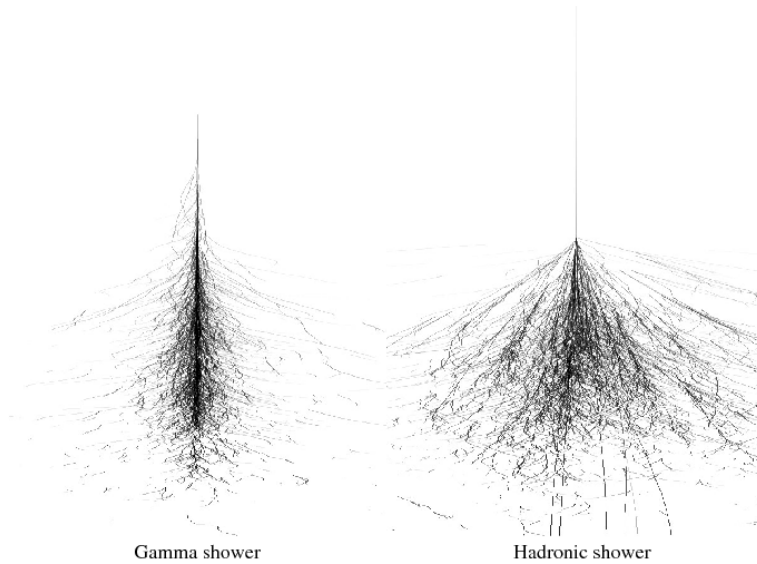
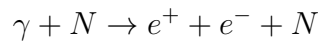


Figura 1.3: Differenti geometrie dei due sciame

Le particelle cariche costituenti i raggi cosmici deviano dalla loro traiettoria originaria interagendo con il campo magnetico galattico. Per questo è di particolare importanza lo studio dei raggi gamma cosmici poiché, essendo neutri, mantengono nel loro percorso attraverso la galassia l'informazione della loro origine. Qui viene proposta una descrizione semplificata di uno sciame atmosferico iniziato da un gamma [4]: supponiamo di osservare un gamma cosmico ad elevata energia  $E_0$  che, entrando nell'atmosfera terrestre, interagisce con le particelle della stessa. Alle energie delle frequenze gamma il processo dominante è l'interazione dei fotoni con il nucleo atomico nel processo di produzione di coppie.



L'energia di soglia è:

$$E_{th} = 2m_e c^2$$

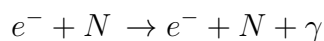
dove  $m_e$  è la massa dell'elettrone e del positrone.

La sezione d'urto è:

$$\sigma_{coppie} = \frac{7}{9} \frac{1}{X_0} \frac{A}{\rho N_A}$$

dove  $X_0$  è la lunghezza di radiazione,  $N_A$  è il numero di Avogadro  $A$  e  $\rho$  il numero di massa e la densità del mezzo

Gli elettroni hanno invece un'alta probabilità di perdere energia per irraggiamento tramite l'interazione



Questa reazione è dominante sulle perdite di energia per ionizzazione solo per energie superiori a quella critica  $E_c \approx (1600/Z)m_e c^2$ .

Considerando una lunghezza di radiazione media per elettroni e fotoni ( $X_0(\text{aria}) \approx 300$  m), avremo la seguente successione di interazioni

$$\gamma \rightarrow e^+e^- \rightarrow e^+e^-\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-e^+e^-e^+e^- \rightarrow \dots$$

Quindi nell'ipotesi in cui i secondari non cedano energia al mezzo, finché la loro energia è superiore all'energia critica  $E_c$  per gli elettroni, ad ogni passo sono prodotte due particelle di metà energia a causa dei processi sopra descritti. Lo sviluppo dello sciame prosegue finché l'energia dei secondari non scende sotto  $E_c$ , a quel punto i processi dominanti sono quelli a più bassa energia: perdita di energia per ionizzazione per gli elettroni, effetto fotoelettrico e Compton per i fotoni.

Dopo  $n$  lunghezze di radiazione avremo quindi  $2^n$  particelle tutte con energia  $E_0/2^n$ , quindi il numero massimo di lunghezze di radiazione attraversabile sarà quello per cui  $E_c = E_0/2^n$ , quindi:

$$n_{max} = \log_2 \frac{E_0}{E_c}$$

e il numero massimo di secondari:

$$N_{secondari} = E_0/E_c$$

L'atmosfera terrestre è spessa circa  $28X_0$ , quindi lo sciame sarà composto in media da circa  $2^{28}$  particelle.

La dimensione tipica di uno sciame elettrofotonico è data dal raggio di Moliere[4]:

$$\langle R_M \rangle = \frac{21MeV}{E_c} X_0$$

dimensione dovuta alla diffusione coulombiana multipla dei secondari in quanto l'angolo medio di deflessione coulombiana multipla è maggiore dell'angolo medio di emissione per irraggiamento e produzione di coppie.

Anche un raggio cosmico di natura adronica che entra nell'atmosfera terrestre può dar luogo allo sviluppo di uno sciame, detto sciame adronico. La teoria degli sciami adronici è più complessa di quelli degli sciami elettrofotonici, tuttavia è possibile determinare anche in questo caso una lunghezza caratteristica, detta lunghezza di interazione. Espressa in  $g \cdot cm^{-2}$ , questa grandezza decresce con il numero atomico  $Z$  del mezzo, contrariamente a quanto accade con la lunghezza di radiazione, che cresce con  $Z$ . Questo significa che gli sciami adronici risulteranno più estesi di quelli elettromagnetici in mezzi ad alto  $Z$ . Come si evince dalla figura 1.3

Le particelle dello sciame, prodotte dai raggi cosmici primari, sono in gran parte elettroni e positroni molto energetici che si muovono con velocità superiore alla velocità di propagazione della luce nell'atmosfera. Questa differenza positiva di velocità provoca l'emissione di un brevissimo lampo di luce bluastro, detta radiazione Cherenkov dal nome del fisico russo Pavel Cherenkov, premio Nobel nel 1958, che per primo la osservò negli acceleratori.

### 1.3 Luce Cherenkov

La radiazione Cherenkov viene prodotta quando una particella carica viaggia in un mezzo più veloce della luce in quel mezzo. Per la teoria della relatività, nessuna particella può viaggiare a una velocità superiore a quella della luce nel vuoto (299 792,458 km/s). Quando però la luce attraversa un mezzo, la velocità di propagazione risulta più bassa di quella nel vuoto, e in un mezzo con indice di rifrazione  $n$  sarà  $c/n$ . Se una particella carica supera questa velocità si verifica l'effetto Čerenkov, ovvero l'emissione di radiazioni luminose, tipicamente nello spettro visibile/ultravioletto.

Il passaggio della particella carica nel mezzo dielettrico polarizza gli atomi lungo la traiettoria o le sue molecole, inducendo dei momenti di dipolo temporanei. Dopo il passaggio della particella carica le molecole ritornano alla configurazione iniziale, rilasciando energia sotto forma di fotoni. Se la velocità della particella è più alta rispetto alla velocità con cui si propagano i fotoni nel mezzo allora l'energia prodotta da questa perturbazione si irradia come un cono d'onda coerente. Un esempio analogo bidimensionale si ha quando, ad esempio, un cigno nuota nell'acqua: la velocità del cigno è maggiore della velocità con cui l'onda meccanica dell'acqua si propaga, così sulla superficie si forma la caratteristica scia triangolare[5].

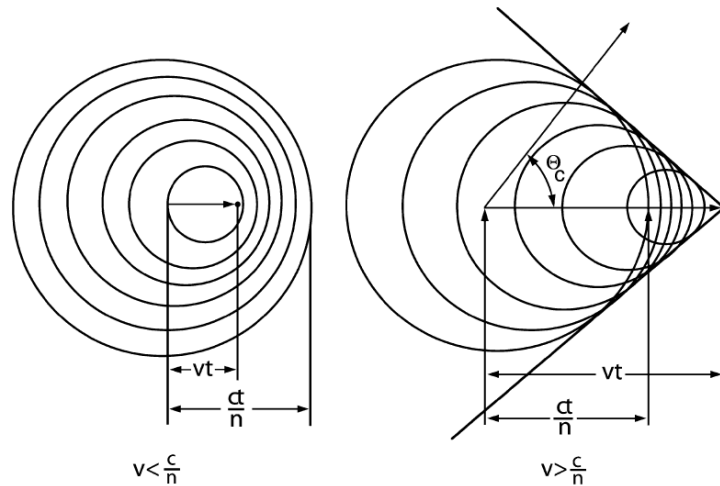


Figura 1.4: Propagazione del fronte d'onda nel caso di una particella che si muove a  $v < c/n$  (sinistra) e nel caso  $v > c/n$  (destra)

Consideriamo una particella che si muove in un mezzo con indice di rifrazione  $n(\lambda)$  con una velocità  $v_p$  più alta della velocità  $v_e$  con cui si propaga la luce nel mezzo:

$$v_e = c/n(\lambda) < v_p = \beta \cdot c < c$$

$$\beta = v_p/c < 1$$

Ad un certo tempo  $t$  la particella avrà percorso una certa distanza  $x_p$  e l'onda si sarà propagata di una distanza  $x_e$ :

$$x_p = v_p \cdot t = \beta \cdot c \cdot t$$

$$x_e = v_e \cdot t = \frac{c}{n(\lambda)} \cdot t$$

Lungo tutta la traiettoria il passaggio della particella nel mezzo emette fronti d'onda che si sovrappongono e interferiscono in maniera costruttiva, questo succede per un certo angolo  $\Omega$  dove tutte le onde si sommano in maniera coerente. Quest'interferenza genera un'onda che si propaga formando un angolo  $\theta$  con la direzione della particella, quest'angolo può essere ricavato applicando la semplice trigonometria:

$$\cos \theta = \frac{x_e}{x_p} = \frac{\frac{c}{n(\lambda)} \cdot t}{\beta \cdot c \cdot t} = \frac{1}{\beta \cdot n(\lambda)}$$

Il cono d'onda attraverso cui si propaga la radiazione è definito dall'angolo

$$\Omega_t = 2\Omega = 2(\pi/2 - \theta) = \pi - \frac{2}{\beta \cdot n(\lambda)}$$

Analizzando la formula che determina  $\theta$  si può vedere che esiste una velocità di soglia per cui la direzione della radiazione coincide con quella della particella:

$$\theta = 0 \rightarrow 1/\beta \cdot n(\lambda) = 1 \rightarrow \beta_{min} = 1/n(\lambda)$$

Per essere coerente il segnale deve rispondere ad altre due condizioni:

- La lunghezza della traccia della particella nel mezzo deve essere più lunga della lunghezza d'onda della radiazione, per evitare che gli effetti della diffrazione siano preminenti nel segnale.
- La velocità della particella deve rimanere costante, perché una particella che rallenta emette radiazione Bremsstrahlung, ma l'unica radiazione che si vuole osservare è prodotta dal mezzo perturbato e non dalla particella stessa. Se la velocità rimane costante, la particella non emette alcun tipo di radiazione quindi siamo sicuri che la radiazione osservata è dovuta solo all'effetto Cherenkov.

L'energia rilasciata per unità di lunghezza è data dalla formula di Frank-Tamm per cui i due autori hanno vinto il Nobel insieme a Cherenkov:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{e^2}{c^2} \cdot \int_{\beta n > 1} \omega \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 \cdot n^2} \right) d\omega$$

La condizione  $\beta n > 1$  è equivalente a  $v_p < c/n$ .

Questa equazione può essere espressa anche in funzione della lunghezza d'onda:

$$\omega = 2\pi \frac{c}{\lambda} \quad ; \quad d\omega = -2\pi \frac{c}{\lambda^2} d\lambda$$

$$(2\pi e^2)^2 \cdot \int_{\beta n > 1} \frac{1}{\lambda^3} \left( \frac{1}{\beta^2 \cdot n^2(\lambda)} - 1 \right) d\lambda$$

Da questa forma si può vedere come lo spettro della radiazione Cherenkov sia proporzionale a  $1/\lambda^3$ , quindi è più alta per piccole lunghezze d'onda. Lo spettro di assorbimento dell'atmosfera tuttavia varia lo spettro iniziale lasciando un picco per 330nm (per basse altitudini). Quindi, a differenza della fluorescenza, la radiazione Cherenkov non ha un picco caratteristico ma solo uno spettro continuo con valori più alti per la luce UV-blu.

La legge di Frank-Tamm si può esprimere in maniera alternativa, in funzione della la pulsazione  $\omega$  del campo elettrico generato dalla particella carica con carica  $ze$ , allora la perdita di energia per unità di lunghezza e pulsazione è data da:

$$\frac{d^2 E}{dx d\omega} = \frac{z^2 \alpha \hbar \omega}{c} \sin^2 \theta(\omega)$$

dove  $\alpha$  è la costante di struttura fine e  $\theta(\omega)$  è dovuta alla dipendenza di  $n$  da  $\omega$ . Così possiamo ricavare il numero di fotoni ( $N$ ) Cherenkov emessi per unità di lunghezza e pulsazione:

$$\frac{d^2N}{dx d\omega} = \frac{z^2 \alpha}{c} \sin^2 \theta(\omega)$$

È possibile ottenere entrambe queste quantità per unità di lunghezza integrando in  $\omega$ , ma poiché la condizione per cui sono soddisfatte le relazioni  $n(\omega) > 1$  e  $\beta > 1/n(\omega)$  nelle frequenze del visibile e dell'ultravioletto è  $\Delta\omega \approx 2eV/h$ , si possono operare le approssimazioni:

$$\frac{dE}{dx} \approx z^2 \sin^2 \theta \quad [keV \cdot cm^{-1}]$$

$$\frac{dN}{dx} \approx 600 z^2 \sin^2 \theta \quad [\gamma \cdot cm^{-1}]$$

Lo studio della radiazione Čerenkov viene utilizzato in diverse applicazioni; grazie alla sua semplice geometria di emissione e all'abbondanza di informazioni che possono esserne ricavate è possibile utilizzarla per studiare diversi fenomeni ad esempio nella rivelazione di particelle di origine spaziale, è stata utilizzata in particolare nello studio dei neutrini; nei reattori nucleari a immersione l'intensità della radiazione è correlata alla frequenza degli eventi di fissione, ed è quindi indicativa del livello di attività del reattore. Allo stesso modo viene usata per valutare la radioattività residua presente nelle barre di combustibile esauste. Inoltre, come detto nel paragrafo precedente, quando i raggi cosmici colpiscono l'atmosfera si può avere la produzione di coppie di elettroni e positroni ad alta velocità, la radiazione Čerenkov generata da queste particelle è usata per determinare la direzione e l'intensità della sorgente dei raggi cosmici, attraverso i telescopi Čerenkov. Questa tecnica, in inglese Imaging Atmospheric Cherenkov Technique (IACT), è impiegata in esperimenti quali H.E.S.S. e MAGIC.

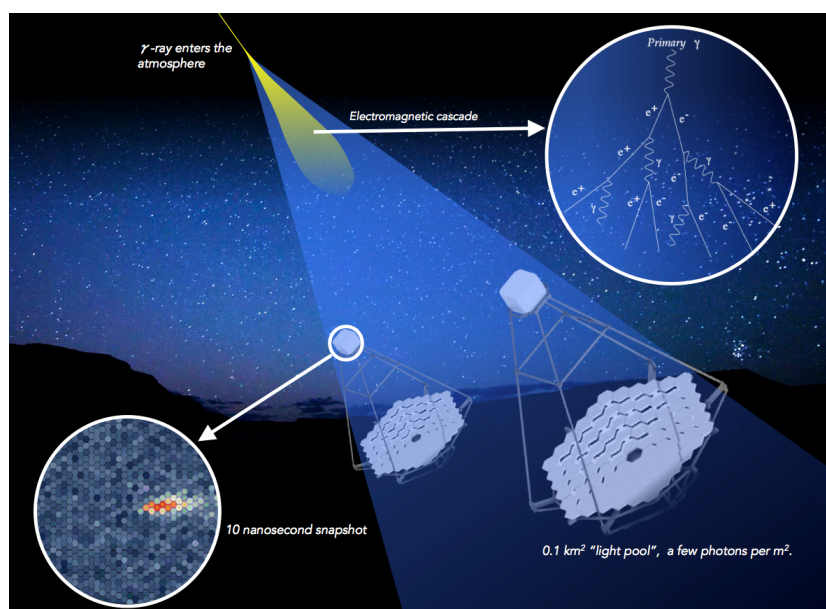


Figura 1.5: Immagine che illustra la detezione della luce Cherenkov a seguito di uno sciame elettronico

## 1.4 Telescopi Cherenkov

I lampi Cherenkov, se derivanti da raggi gamma di energia dell'ordine di 1 TeV, emettono un segnale con densità di circa 100 fotoni/m<sup>2</sup>. Questi lampi hanno un'emissione compresa tra il blu e il vicino ultravioletto e possono essere osservati solo da grandi telescopi in grado di differenziare il flusso da essi prodotto dal fondo diffuso dall'atmosfera. Il flusso in una notte di luna nuova, tra i 350 nm ed i 450 nm, è di 10<sup>12</sup> fotoni m<sup>-2</sup>s<sup>-1</sup>sr e, tenendo conto del fatto che l'angolo sotteso dai lampi Cherenkov è di poco più di 1°, questi telescopi devono avere un piccolo campo di vista e tempi d'integrazione di alcuni ns, tempi caratteristici della durata dei lampo [7]. Per massimizzare la raccolta dei fotoni Cherenkov, i telescopi vengono di norma costruiti ad alte quote, il più possibile vicino al massimo sviluppo dello sciume. Infatti, una volta raggiunta l'energia critica, i processi a più bassa energia non portano alla formazione di nuove particelle, ma al frenamento o all'assorbimento di quelle già prodotte causando una riduzione del numero di secondari. Un'altra caratteristica che rende un sito idoneo all'installazione di un telescopio è il bassissimo inquinamento luminoso, che insieme all'alta quota fa prediligere siti sulle montagne. I telescopi MAGIC, ad esempio, sono situati ad un'altitudine di 2200 m sopra il livello del mare sull'isola di La Palma, Canarie.



Figura 1.6: I due telescopi Magic

Nei telescopi Cherenkov la luce viene riflessa su una camera a matrice di fotomoltiplicatori tramite specchi dalla forma parabolica, la quale garantisce che vengano focalizzati sulla camera i fotoni incidenti sullo specchio in funzione dell'angolo di incidenza. Sulla matrice di fotomoltiplicatori si forma una figura tipicamente ellittica, dalla quale è possibile estrarre informazioni sulla forma dello sciume e, quindi, sulla sua origine elettromagnetica o adronica.



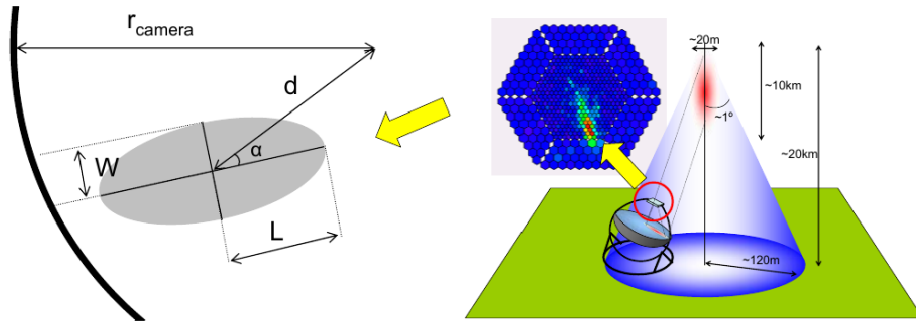


Figura 1.7: Meccanismo di formazione del segnale, dalla analisi delle ellissi che si formano si può ottenere informazioni sullo sciame

Per sciame di energia maggiore di 100 GeV si usano i parametri di Hillas per la ricostruzione delle immagini [6]. Sotto tale energia distinguere la natura dello sciame è più complesso e si ricorre a tecniche di separazione basate su algoritmi di selezione statistici. In riferimento alla figura 1.7 Si definiscono

- Semiasse maggiore (L). Fornisce informazioni sull'estensione longitudinale dello sciame nell'atmosfera.
- Semiasse minore (W). Fornisce informazioni sull'estensione trasversale dello sciame nell'atmosfera.
- Angolo di orientazione ( $\alpha$ ). Angolo tra la retta su cui giace il semiasse maggiore e la congiungente tra il centro dell'ellisse e il centro della camera. Fornisce informazioni sulla direzione di sviluppo dello sciame.
- Gradiente di colore. Quantità di luce nell'ellisse rilevata dai fotomoltiplicatori e misurata in numero di fotoelettroni prodotti.
- Distanza nominale (d). Distanza tra il centro dell'ellisse e il centro della camera. Fornisce informazioni sul parametro d'impatto dello sciame.

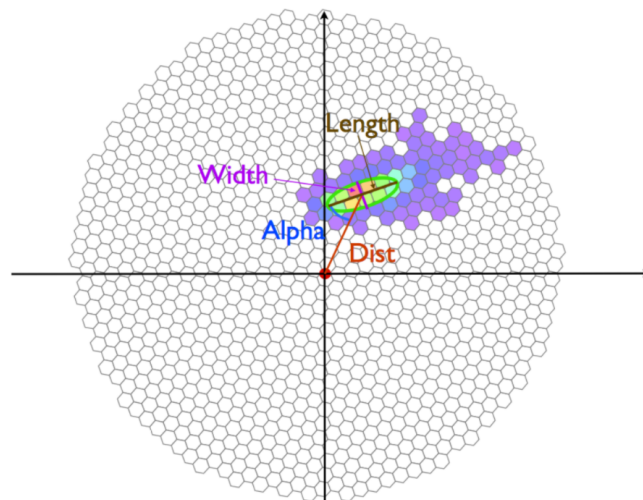


Figura 1.8: Parametri di Hillas sovrapposti alla forma un tipico segnale di luce Cherenkov



In figura 1.9 è possibile osservare le immagini sulla camera di sciami di diversa origine. In prima approssimazione, possiamo affermare che:

- le immagini compatte a forma di ellisse sono originate da sciami iniziati da fotoni.
- le immagini che non puntano verso il centro e/o sono formate da grappoli sono originate da sciami iniziati da adroni.
- le immagini dalla caratteristica forma ad arco sono formate da sciami iniziati da muoni, poiché avendo questi un'elevata vita media la camera può raccogliere gran parte del cono di luce.

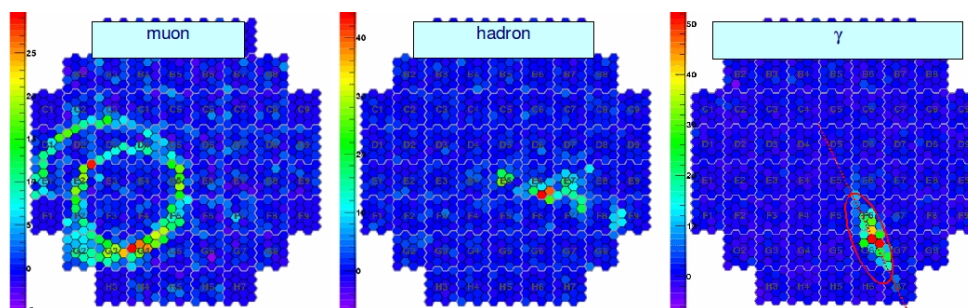


Figura 1.9: 3 diversi tipi di segnale

Con un singolo telescopio che visualizza una sola immagine dell'evento è difficile ricostruirne l'esatta geometria e risalire all'energia del fotone gamma primario. Per migliorare la risoluzione angolare occorre ricorrere alla tecnica stereoscopica osservando lo stesso evento da angolazioni diverse facendo uso di più telescopi posti a distanza ottimale gli uni dagli altri. Combinando le immagini ottenute, è possibile risalire alla traiettoria dello sciame di particelle e quindi definire l'asse ed il vertice del cono Cherenkov, in modo da determinare l'energia e la direzione di arrivo del fotone gamma. La tecnica stereoscopica migliora notevolmente la risoluzione angolare ed energetica e inoltre, combinando diversi telescopi, si aumenta l'area di rilevazione.

Per essere efficace su un largo intervallo di energie, è necessario servirsi di un insieme di telescopi di diverse dimensioni spazati tra loro in modo da ottimizzare la raccolta del segnale celeste. Per questa ragione l'osservatorio CTA (Cherenkov Telescope Array) per l'astronomia a raggi gamma ad energie molto alte, ha più di 100 telescopi, di diverse dimensioni, situati negli emisferi settentrionali e meridionali, utilizzando tre tipi di telescopi diversi[7]: grandi (LST, Large Size Telescope), con diametro dello specchio parabolico dell'ordine dei 25 m; medi (MST, Medium Size Telescope, 12 m); piccoli (SST, Small Size Telescope, 6m).

I telescopi di grandi dimensioni sono particolarmente adatti per rivelare i segnali di fotoni gamma nella parte più bassa dell'intervallo di energia considerato, a partire da 50 GeV. Man mano che si sale in energia, il lampo Cherenkov diventa sempre più intenso. Per questo, le dimensioni dei telescopi possono diminuire, mentre la spaziatura aumenta per aumentare l'area di raccolta del segnale. Questo accorgimento è fondamentale perché il numero di fotoni da rivelare diminuisce drasticamente all'aumentare dell'energia.

I fotomoltiplicatori che compongono la camera dei telescopi SST, SCT (un modello a due specchi del MST) e del FACT (First G-APD Cherenkov Telescope) sono dei SiPM.

## Capitolo 2

# Spettrometria gamma

La spettrometria gamma è una tecnica spettroscopica per l'identificazione dei radionuclidi. Mentre un contatore Geiger determina solo il numero di particelle gamma che colpiscono il rivelatore al secondo, la spettroscopia gamma misura anche l'energia di tali particelle [8]. Il metodo sfrutta il fatto che, a parte rare eccezioni, tutti i nuclei prodotti per decadimento di un nucleo padre, sono in uno stato eccitato e quindi emettono raggi gamma per raggiungere il loro stato finale.

Raccogliendo i segnali di tali raggi si produce uno spettro di energia, che è diversa per ogni tipo di radionuclide; quindi l'analisi di questo spettro permette di determinare quantità e tipo dei radionuclidi gamma-emettitori presenti in un campione.



Figura 2.1: Esempio di spettrometro gamma

La funzione di un rivelatore gamma è quella di trasformare l'energia dei raggi gamma in un segnale elettrico, ad essa proporzionale. Occorre quindi che il raggio gamma interagisca con uno scintillatore a cristallo solido o liquido, di dimensioni tali che ci sia una buona probabilità di interazione del gamma nel mezzo e che siano minimizzate le fughe di elettroni secondari.

La scelta del cristallo dipende dal tipo di applicazione, dal radionuclide e dalle caratteristiche del sensore di luce che si intende utilizzare. Esempi tipici di scintillatori sono i cristalli inorganici di alogenuri alcalini sono: ioduro di Sodio o di Cesio ( $\text{NaI}$  o  $\text{CsI}$ ), puri o con drogaggio al Tallio ( $\text{Tl}$ ) per aumentare l'efficienza di scintillazione ed ottimizzare la lunghezza d'onda della luce emessa alle caratteristiche del rivelatore di luce.

L'accoppiamento tra scintillatore e sensore, fotomoltiplicatore o SiPM, può essere ottenuto attraverso una guida di luce, che serve a modificare la lunghezza d'onda dei fotoni per ottimizzarne la lettura o semplicemente ad incanalarli verso il rivelatore senza che si disperdano. Un altro metodo è quello di bloccare l'estremità dello scintillatore alla faccia del sensore, con grasso ottico e con elementi meccanici di sostegno.

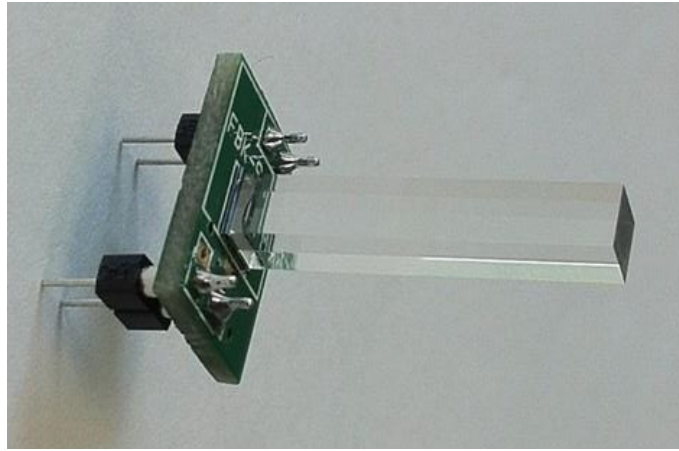


Figura 2.2: SiPM accoppiato con un cristallo di Ittrio ossiortosilicato (LYSO)

## 2.1 Scintillatori

Alcuni materiali, quando esposti a radiazione o a particelle ionizzanti, assorbono energia e la riemettono sotto forma di luce visibile: questo fenomeno si chiama luminescenza. L'emissione di luce avviene perché il fotone porta l'atomo dallo stato iniziale  $S_0$  ad uno superiore  $S_1^*$  eccitato, la molecola si rilassa rapidamente (ps) ad un livello vibrazionale più basso fino ad arrivare allo stato  $S_1$ , a questo punto la molecola si può diseccitare, emettendo un fotone, in due diversi modi[9]:

1. Tramite fluorescenza: la molecola passa da  $S_1 \rightarrow S_0$  attraverso l'emissione di un fotone, con energia  $h\nu$  minore di quello assorbito, questo fenomeno avviene dopo un periodo di  $10^{-8}$  s
2. Tramite intersystem crossing e fosforescenza: la molecola passa da  $S_1 \rightarrow T^*$  per intersystem crossing, un processo non radiativo dovuto alla transizione tra due stati elettronici con differente molteplicità di spin [10]. Il principio di esclusione di Pauli implica che due elettroni nello stesso stato quantico non possono avere spin paralleli: a seguito di eccitazione, quindi, è favorita la formazione di uno stato di singoletto rispetto a quello di tripletto, il quale possedendo spin paralleli necessita di una ulteriore transizione di spin per formarsi. La probabilità che tale processo si manifesti è tanto maggiore quanto sono più strettamente vicini i livelli energetici dello stato  $T_1$  e di  $S_1$ , con i sottolivelli vibrazionali dei due stati che tendono a sovrapporsi. Questa caratteristica è tipica degli atomi pesanti come fosforo e zolfo o di quelli che comunque hanno una forte interazione spin-orbita. Quando lo stato  $T_1 \rightarrow S_0$ , si verifica il fenomeno radiativo noto come fosforescenza. Tipicamente, le scale temporali in cui si verificano l'intersystem crossing e la fosforescenza sono rispettivamente dell'ordine di  $10^{-8} - 10^{-3}$  s e di  $10^{-4} - 10^{-1}$ s [10].

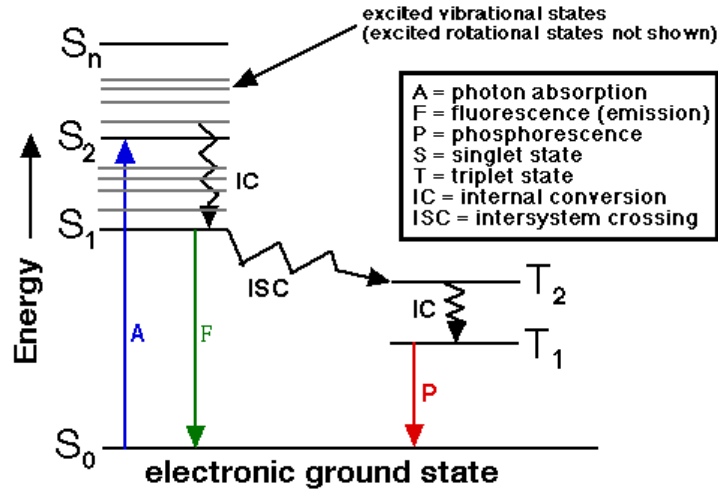


Figura 2.3: Schema del funzionamento di fluorescenza e fosforescenza

La maggiore differenza per quanto riguarda i due modi di emissione sta nella durata di emissione: la fosforescenza può continuare in maniera continua anche dopo che l'eccitazione è terminata, anche per un lungo periodo di tempo (dai millisecondi alle ore) ed è molto meno intensa della fluorescenza, perché nella transizione  $T1 \rightarrow S0$  sono molto frequenti i fenomeni di rilassamento non radiativo.

Entrambi i fenomeni hanno un andamento esponenziale, dunque, poiché sono entrambi presenti nel meccanismo di scintillazione, il modo più semplice di descrivere il segnale dello scintillatore è il seguente [8]

$$N(t) = A \cdot e^{-t/\tau_f} + B \cdot e^{-t/\tau_p}$$

Dove:

- $N(t)$  è il numero di fotoni emessi al tempo  $t$
- $\tau_f$  e  $\tau_p$  sono le costanti di decadimento della fluorescenza e della fosforescenza
- $A$  e  $B$  sono costanti che variano a seconda del materiale.

Tuttavia, negli scintillatori, la componente fluorescente è la dominante.

Per ottenere uno spettro gamma è fondamentale che lo scintillatore sia lineare

$$\frac{dL}{dx} = S \frac{dE/dx}{1 + k_B \cdot dE/dx}$$

dove  $dE/dx$  è l'energia depositata per unità di lunghezza mentre  $dL/dx$  è la risposta in luce per unità di lunghezza. L'approssimazione lineare si ottiene solo per grandi  $dE/dx$  dove

$$\frac{dL}{dx} \approx \frac{A}{k_B}$$

integrata sulla distanza percorsa dalla particella nello scintillatore dà come risultato

$$L = \frac{A \cdot R(E)}{k_B}$$

Se il fotomoltiplicatore è a sua volta lineare, il segnale elettrico in uscita sarà proporzionale all'energia depositata dalla particella. Un buono scintillatore inoltre deve soddisfare

alcuni requisiti fondamentali: deve avere un'alta efficienza, una costante di decadimento piccola, deve emettere a una lunghezza d'onda che sia compatibile con i fotomoltiplicatori o i SiPM utilizzati e deve essere quanto più possibile trasparente alla radiazione che emette.

## 2.2 Interazione fotone materia

Il fatto che tutti gli elettroni liberati siano raccolti nel rivelatore non è sufficiente a garantire il completo assorbimento dell'energia del fotone-gamma incidente da parte del rivelatore. Questo aspetto, che dipende dalla modalità di interazione dei fotoni e dalle dimensioni del rivelatore, influisce sulla forma dello spettro gamma acquisito. I fotoni possono interagire in tre modi con la materia (nel nostro caso con scintillatore e rivelatore)[8]

1. Effetto fotoelettrico: viene liberato un elettrone con energia cinetica pari all'energia del fotone incidente, meno l'energia di legame ( $E = h\nu - E_b$ ). Questa differenza di energia viene liberata dall'atomo sotto forma di raggi X originati a seguito del riassetto degli elettroni atomici. A loro volta i raggi X interagiranno per effetto fotoelettrico con elettroni atomici meno legati. Alla fine, se nulla esce dal rivelatore, nell'effetto fotoelettrico la somma delle energie cinetiche degli elettroni liberati è uguale all'energia del fotone-gamma incidente nel rivelatore

Nel caso di raggi gamma monoenergetici, la distribuzione differenziale delle energie cinetiche degli elettroni per una serie di eventi di effetti fotoelettrici è un singolo picco posizionato ad una energia pari all'energia dei fotoni incidenti. L'effetto fotoelettrico è quindi il processo ideale se si è interessati alla misura dell'energia dei raggi gamma.

2. Effetto Compton è un fenomeno di scattering interpretabile come un urto elastico (si conserva sia la quantità di moto che l'energia cinetica) tra un fotone e un elettrone. Viene liberato un elettrone con energia cinetica che dipende dall'angolo di scattering. Con energia pari all'energia del fotone incidente, meno l'energia di legame. L'energia del fotone diffuso è:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} \cdot (1 - \cos \phi)}$$

L'energia dell'elettrone liberato (trascurando la sua energia di legame) è quindi pari a:

$$E_{e^-} = h\nu - h\nu' = h\nu \cdot \left( \frac{\frac{h\nu}{m_e c^2} \cdot (1 - \cos \phi)}{1 + \frac{h\nu}{m_e c^2} \cdot (1 - \cos \phi)} \right)$$

Possono quindi essere identificati due casi limite:

- Il fotone incidente viene diffuso ad un angolo prossimo allo zero ( $\phi = 0$ ) : in questo caso l'energia ceduta all'elettrone è praticamente nulla
- Il fotone viene scatterato all'indietro( $\phi = \pi$ ) : in questo caso il trasferimento di energia all'elettrone è massimo:

$$E_{e^-}(\phi = \pi) = h\nu \cdot \left( \frac{\frac{2h\nu}{m_e c^2}}{1 + \frac{2h\nu}{m_e c^2}} \right)$$

Oltre a questi due casi limite esistono tutte le situazioni intermedie con gli elettroni liberati aventi energie cinetiche comprese tra questi due estremi. Nel caso di raggi gamma monoenergetici, la distribuzione differenziale delle energie cinetiche degli elettroni per una serie di eventi di effetti Compton è funzione continua che va da zero ad un valore massimo, ovviamente inferiore rispetto all'energia dei gamma incidenti.

3. Produzione di coppie: viene liberata una coppia elettrone/positrone con energia cinetica pari a quella del raggio gamma incidente, meno l'energia necessaria a creare le due particelle (1.022 MeV). Il grafico dell'energia totale delle particelle cariche (elettrone + positrone) create dal fotone è ancora un singolo picco posizionato ad una energia inferiore a quella dei raggi gamma che interagiscono per produzione di coppie.

Lo spettro totale sarà la somma dei tre effetti.

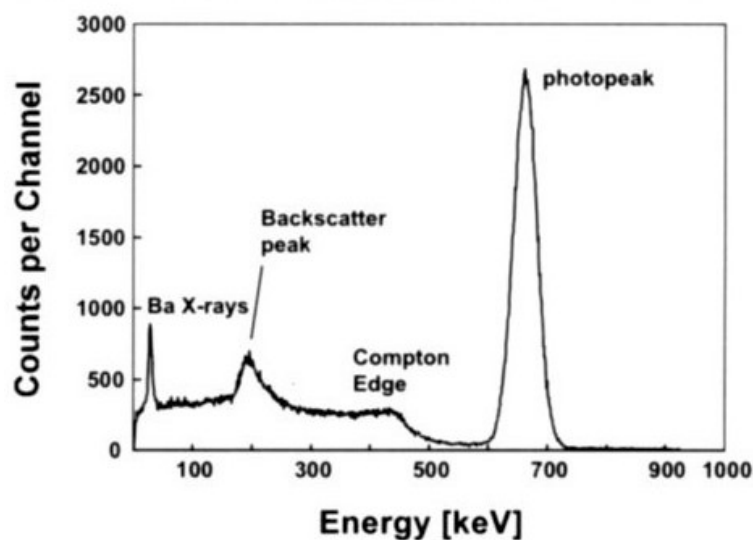


Figura 2.4: Spettro gamma del Cesio137, con le diverse componenti legate ai modi d'interazione evidenziate

Questa tecnica spettroscopica è utilizzata per molte applicazioni e permette di monitorare l'attività dei campioni radioattivi in vari ambiti tra cui: il controllo della radioattività ambientale, i controlli di sicurezza su materiali nucleari, la medicina nucleare e la radiofarmaceutica [11].

La ridotta dimensione, il basso voltaggio di lavoro dei rivelatori SiPM sono caratteristiche che li rendono adatti per essere impiegati nella produzione di spettrometri gamma portatili.

# Capitolo 3

## Rivelatori al silicio

### 3.1 Fotodiode

Il fotodiode è un particolare tipo di diode che permette di trasformare un segnale ottico in un segnale elettrico. Applicando ai suoi estremi un potenziale elettrico, grazie all'effetto fotoelettrico, si può trasformare l'assorbimento di un fotone in un impulso di corrente.[12]

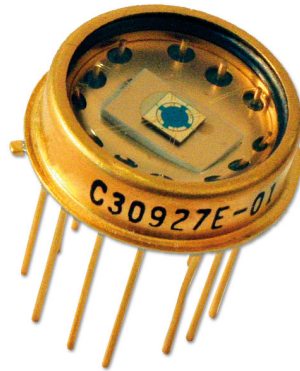


Figura 3.1: Esempio di fotodiode

Un fotodiode è un dispositivo a semiconduttore del tutto simile ad un diode a semiconduttore convenzionale. È caratterizzato da un drogaggio  $p - n$  asimmetrico e tipicamente viene utilizzato in regime di polarizzazione inversa. La polarizzazione inversa aumenta la dimensione della zona di svuotamento ("depletion region") e il fotone viene indirizzato verso quest'ultima. Se l'energia  $h\nu$  del fotone incidente nella zona di svuotamento sarà maggiore del differenza di energia ("bandgap") tra banda di valenza e banda di conduzione del dispositivo, l'assorbimento del fotone causerà, per effetto fotoelettrico, la produzione di una coppia elettrone-lacuna libera ( $e - h$ ).

Una volta generata la coppia, questa sarà soggetta al campo elettrico generato dalla differenza di potenziale applicata. L'elettrone, grazie alla polarizzazione esterna inversa, sarà quindi spontaneamente attratto verso la zona  $n$  mentre la lacuna verso la zona  $p$ . A causa della presenza di una coppia  $e - h$  nella zona svuotata, la regione non sarà più neutra ed il dispositivo compenserà questa situazione con un movimento di  $e - h$  prelevati dal generatore di polarizzazione, causando così la presenza di una corrente inversa. Questa corrente è il segnale elettrico prodotto dall'incidenza del fotone. Il funzionamento dei fotodiode è ben descritto in [13].

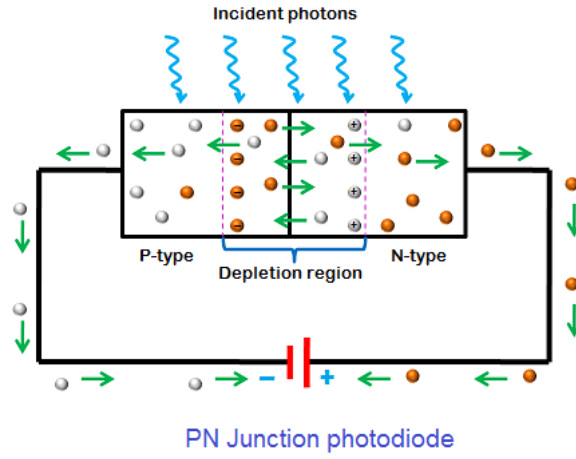


Figura 3.2: Schema di un fotodiode polarizzato inversamente

È molto importante che lo strumento venga progettato in modo da massimizzare la probabilità di incidenza del fotone nella regione di svuotamento. Le caratteristiche tecniche principali di un fotodiode sono la efficienza quantica (quantum efficiency, QE) cioè il numero di coppie  $e - h$  generate per ciascun fotone incidente e il guadagno (G) che nel nostro caso è il rapporto tra la corrente prodotta e la potenza ottica incidente; il guadagno nei semplici fotodiodi è pressoché nullo. Per questo motivo per le applicazioni è più comune l'utilizzo dei fotodiodi a valanga (Geiger Avalanche PhotoDiode, gAPD), che funzionano in maniera del tutto simile ai semplici fotodiodi ma presentano un maggiore guadagno, grazie all'"effetto valanga".

### 3.2 APD

Un fotodiode a valanga è costituito da quattro strati di semiconduttore, tipicamente silicio, drogati in maniera differente:

- Una zona  $p^+$ , fortemente drogata (numero di accettori/ $cm^3 > 10^{17}$ )
- Una zona di semiconduttore intrinseco.
- Una zona  $p$  drogata meno intensamente della precedente.
- Una zona  $n^+$ , fortemente drogata (numero di donatori/ $cm^3 > 10^{17}$ )

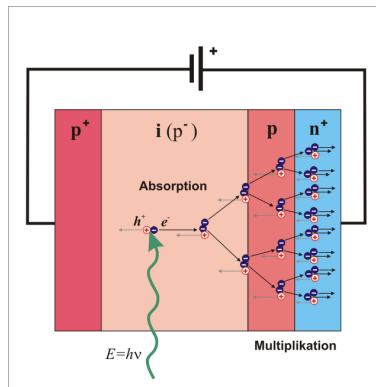


Figura 3.3: Moltiplicazione dei portatori di carica



Oltre ad indurre una zona di svuotamento più profonda, grazie alle zone fortemente drogate, la principale differenza tra APD e fotodiiodo consiste nella presenza della terza zona, o zona  $p$ , che permette l'effetto moltiplicativo delle cariche. Le cariche primarie prodotte nella zona intrinseca per effetto fotoelettrico, creano un effetto valanga che genera un numero elevato di cariche secondarie. Queste cariche secondarie saranno quelle che generano la corrente prodotta dall'APD. Questo avviene perché il voltaggio inverso della giunzione  $p - n$  coadiuvato dal voltaggio generato dalla zona  $p - n^+$  aumenta la forza esercitata sui portatori di carica, intensificando il campo elettrico nella regione di svuotamento. [14]

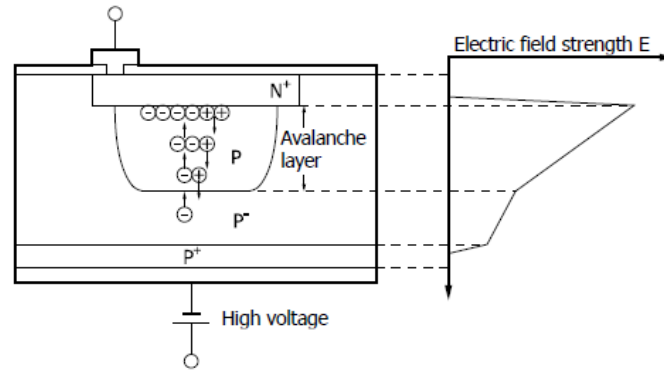


Figura 3.4: l'Aumento del campo elettrico nella zona P-N+

I portatori vengono quindi accelerati da questa forza, da cui consegue un aumento di velocità e quindi un aumento di energia cinetica. Questo fenomeno viene rallentato dalle collisioni di scattering con gli atomi, che fanno perdere energia cinetica ai portatori e fanno vibrare termicamente il reticolo cristallino (vibrazione fononica). Comunque se il campo elettrico è sufficientemente elevato, durante il tempo medio tra due collisioni consecutive, l'energia media dei portatori può superare il gap di banda del silicio, allora i portatori sufficientemente energetici possono ionizzare per impatto gli atomi del reticolo e quindi produrre un'altra coppia  $e - l$ . Questo impatto per collisione produce velocemente una moltiplicazione dei portatori, creando "l'effetto valanga".

L'energia di soglia per la ionizzazione d'impatto è data dalla seguente espressione [9]:

$$E_{ie} = E_g \cdot \left(1 + \frac{m_e^*}{2 \cdot m_h^*}\right); E_{ih} = E_g \cdot \left(1 + \frac{m_h^*}{2 \cdot m_e^*}\right)$$

$$\text{dove } \frac{1}{m_e^*} = \frac{1}{m_0} + \frac{2 \cdot P_{BC}^2}{E_g}$$

$$\text{se } m_e^* \approx m_h^*, E_{ie} \approx E_{ih} \approx \frac{3}{2} \cdot E_g$$

$E_{ie}, E_{ih}$  : energia di soglia per ionizzazione d'impatto per elettroni e lacune

$m_e^*, m_h^*$  : massa effettiva per elettroni e lacune

$E_g$  : gap di banda del semiconduttore

$P_{BC}$  : momento dell'elettrone nella banda di conduzione

$m_0$  : massa dell'elettrone libero.

L'APD può essere fabbricato con due distinte strutture:  $N - on - P$  (per ottenere maggiore fotosensibilità nel rosso-NIR) o  $P - on - N$  (per una maggiore fotosensibilità nel blu-UV) La differenza di fotosensibilità di queste strutture dipende da quanto spazio deve percorrere l'elettrone all'interno della zona di svuotamento prima di essere raccolto. L'obbiettivo è creare un fotoelettrone nella regione  $p+$ , questo perché un fotoelettrone generato nel lato  $p$  della regione di svuotamento viaggia attraverso la giunzione  $p - n$  nella direzione opposta al campo elettrico generato nella zona di svuotamento. Quindi, prima della raccolta, l'elettrone compie un cammino ottico più lungo; questo fatto, unito con la maggiore efficienza di ionizzazione rispetto ad una lacuna, permette all'elettrone di innescare più probabilmente l'effetto valanga e quindi il rilevamento. Per questo motivo viene usata una struttura  $n - p$  per le lunghezze d'onda più lunghe e una  $p - n$  per quelle con lunghezza d'onda minore. [14]

### 3.2.1 Guadagno

Il guadagno dovuto all'effetto valanga permette di produrre un segnale che superi il rumore di fondo dello strumento di lettura.

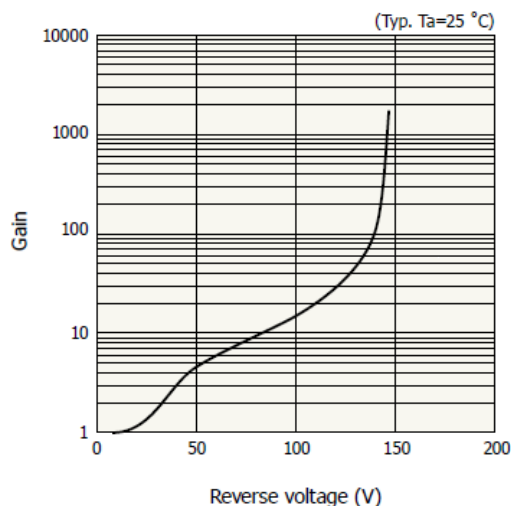


Figura 3.5: Guadagno in funzione della tensione inversa per un APD [15]

Come si vede dalla figura 3.5 questo succede se il voltaggio rimane compreso tra i 50 e i 100V oltre e prima non è affidabile per misure di alta precisione. [15]

Si può dimostrare la linearità del processo ipotizzando che un singolo fotone generi una coppia  $e - h$  e che successivamente questa generi due altre coppie per ionizzazione d'impatto; se elettrone e lacuna hanno la stessa probabilità di creare una singola  $e - h$  e la probabilità rimane stabile nel tempo allora il processo a valanga può essere descritto così [15] :

$$2 + 2P + 2P^2 \dots + 2P^n = 2 \cdot \sum_{i=1}^n P^i = 2 \cdot \left( \frac{1}{1 - P} \right) \quad \text{se } n \rightarrow \infty$$

dove  $i=1,2,3..$  rappresentano le interazioni nel processo di moltiplicazione delle cariche. Se anziché considerare un fotone che produce 2 cariche consideriamo  $m > 1$  fotoni che producono  $2m$  cariche la formula diventa:

$$2m + 2mP + 2mP^2 \dots + 2mP^n = 2m \cdot \sum_{i=1}^n P^i = 2m \cdot \left( \frac{1}{1 - P} \right)$$

Vediamo così che il rapporto tra i due conteggi totali di  $e - h$  finali differisce esclusivamente di un fattore moltiplicativo  $m$  che è proprio il numero di fotoni rivelati. Quindi il guadagno è lineare. Chiaramente la formula che descrive accuratamente il sistema è più complessa: intanto vista la diversa mobilità di elettroni e lacune i due portatori di carica hanno una probabilità di ionizzazione differente.

Il guadagno può essere espresso come il rapporto tra la densità di carica alla fine del fotodiodo, posizione  $W$ , e la densità al punto  $0$  che corrisponde al punto in cui è stato prodotto il primo fotoelettrone [13] :

$$\frac{dJ_e}{dx} = \alpha_e J_e(x) + \alpha_h J_h(x)$$

Ma dato che il numero totale di cariche deve rimanere costante:  $J_e(x) + J_h(x) = J(W)$  e che il numero di lacune presenti nella posizione  $x = W$  deve essere nullo:  $J_h(W) = 0$ , allora si può scrivere:  $J_h(x) = J_e(W) - J_e(x)$

Quindi l'equazione differenziale al primo ordine che otteniamo è:

$$\frac{dJ_e}{dx} = (\alpha_e - \alpha_h)J_e(x) + \alpha_h J_e(W)$$

Risolviendo la derivata parziale e scrivendo il guadagno come  $G = J(W)/J(0)$  otteniamo

$$G = \frac{(\alpha_e - \alpha_h) \cdot e^{d \cdot (\alpha_e - \alpha_h)}}{\alpha_e - \alpha_h \cdot e^{d \cdot (\alpha_e - \alpha_h)}} = \frac{1 - k}{e^{(k-1) \cdot \alpha_e \cdot d} - k}$$

dove:

- $\alpha_e$  e  $\alpha_h$  sono i coefficienti di ionizzazione (probabilità per unità di distanza percorsa).
- $k$  è il rapporto tra i due ( $k = \frac{\alpha_h}{\alpha_e}$ ).
- $d$  è la distanza tra il punto dove il fotone è stato assorbito e il catodo, questa distanza coincide praticamente con lo spessore della zona di svuotamento quella in cui il campo elettrico si fa più intenso e dove si verifica la moltiplicazione delle cariche. [13]

Per ottenere la condizione  $G \rightarrow \infty$  abbiamo che

$$(e^{\alpha_e \cdot d \cdot (k-1)} - k) \rightarrow 0 \implies [d \cdot (\alpha_e - \alpha_h)] = \ln(k)$$

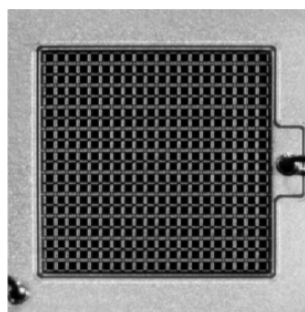
questa condizione manda in breakdown l'APD, questo succede nel caso in cui la mobilità delle lacune sia circa quella degli elettroni. Quando la tensione inversa aumenta fino a rendere  $k \rightarrow 1$  allora come risultato si ottiene che  $G \rightarrow \frac{1}{1 - \alpha_e \cdot d}$  quindi nel caso in cui  $\alpha_e \cdot d \rightarrow 1$  allora  $G \rightarrow \infty$ .

Questa condizione si ottiene all'incirca per  $10^7 m^{-1}$  e per un campo elettrico d'intensità  $10^8 \frac{V}{m}$  [15] corrispondente ad un voltaggio di 100 V attraverso uno spessore di  $10 \mu m$  della zona di svuotamento.

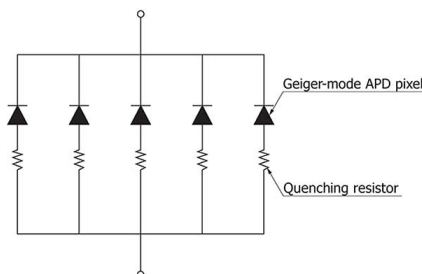
Un APD che lavora con un voltaggio maggiore di quello di breakdown si dice operante in "modalità Geiger" (gAPD).

### 3.3 SiPM

Un Silicon PhotoMultiplier (SiPM) è una matrice di APD operanti in modalità Geiger, limitati a pochi Volt al di sopra della loro tensione di breakdown. Ciascuno di essi è in serie ad una resistenza e vengono collegati in parallelo tra di loro nello stesso substrato di silicio.



(a) Faccia del SiPM



(b) Schema semplificato del circuito del SiPM, gli APD sono posti in parallelo tra loro e in serie ad una resistenza

Figura 3.6: Struttura SiPM

Un gAPD è un dispositivo binario, cioè fornisce informazioni solo sull'arrivo o meno del fotone. Il segnale in uscita dal SiPM è la somma analogica dei segnali degli APD che lo compongono, questo permette di avere un segnale quantizzato in unità di fotoelettroni prodotti (p.e.) dove ogni scarica geiger dell'APD conta un fotone.

Il SiPM fornisce in output un segnale elettrico proporzionale al numero di fotoni incidenti sugli APD che sono quindi da considerarsi come i suoi pixel. Il numero dei fotoni incidenti deve essere minore del numero dei pixel altrimenti si raggiunge la saturazione. I SiPM sono molto più maneggevoli rispetto ai tradizionali fotomoltiplicatori, inoltre i presentano il vantaggio, di funzionare con un basso voltaggio e di essere insensibili al campo magnetico; sono stati sperimentati in presenza di campi con intensità fino a 4T, senza nessun degrado di prestazioni. [14]

La tabella qui sotto mostra alcuni parametri tipici dei SiPM [16] :

Parametri	Valori
Area sensibile	$(1 \times 1) \text{ mm}^2 \dots (5 \times 5) \text{ mm}^2$
N. di APD per $\text{mm}^2$	$\sim 100 \dots \sim 10000$
Area attiva per il singolo pixel	10% ... 50%
Efficienza per la modalità <i>single photon</i>	20% ... 30%
Tensione di polarizzazione	30V ... 100V
Guadagno	$10^4 \dots 10^7$
Tempo di recupero per il singolo APD	$\sim 1 \mu\text{s}$
Tasso di rumore tipico a temperatura ambiente	$10^5 \dots 10^6 \frac{\text{conteggi}}{\text{mm}^2 \cdot \text{s}}$

### 3.3.1 Segnale SiPM

Nel SiPM il segnale di input è la quantità di luce che viene rivelata, questo segnale può essere espresso sia in termini di numero di fotoni sia in termini di Watt [W] attraverso questa relazione [15]:

$$S[\text{numero di fotoni}] = \frac{S[W]\lambda T}{hc}$$

in cui:

$\lambda \equiv$  la lunghezza d'onda della luce di interesse

$T \equiv$  il tempo di illuminazione per la lettura di una misura

$h \equiv$  la costante di Planck

$c \equiv$  la velocità della luce.

Il segnale di input viene convertito dal rivelatore in un segnale elettrico, tuttavia alcuni difetti tipici di questi rivelatori possono contribuire al segnale finale: le coppie  $e-h$  non vengono prodotte solo dall'arrivo di un fotone, l'agitazione termica può fornire l'energia necessaria per portare un elettrone alla banda di conduzione, l'elettrone così prodotto innescherà la valanga proprio come quello liberato dal fotone. Gli eventi di questo tipo prendono il nome di "Dark count".

Tenendo presente questo difetto intrinseco dei SiPM il segnale finale sarà dato da [15]:

$$S_{output} [e^-] = (S_{input} [\text{fotoni}] \cdot QE \cdot CE \cdot G) + S_{dark} [e^-]$$

in cui:

$S_{dark} \equiv$  carica in uscita del rivelatore che non viene generata come risultato dell'effetto fotoelettrico durante la misura

$G \equiv$  Guadagno (rapporto tra segnale in uscita e segnale in entrata)

$QE \equiv$  efficienza quantica (probabilità che un fotone faccia effetto fotoelettrico)

$CE \equiv$  efficienza di raccolta (probabilità di effetto valanga  $\times$  fattore di riempimento)

dove il fattore di riempimento è il rapporto tra la superficie fotosensibile di un pixel del SiPM e l'area totale del pixel

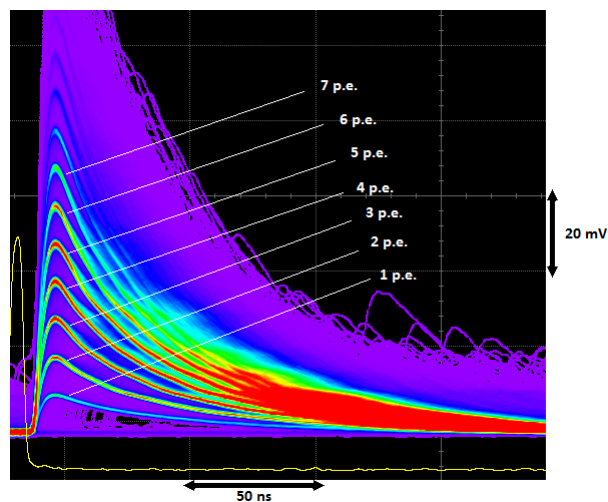


Figura 3.7: Segnale letto con un oscilloscopio in modalità persistenza, il gradiente di colore, da blu a rosso, rappresenta la frequenza con cui il fenomeno avviene. Si può vedere come gli eventi più probabili, indicati in figura siano quantizzati ed associati ad 1 p.e., seguito da 2 p.e., 3 p.e. ..

### 3.3.2 Circuito equivalente

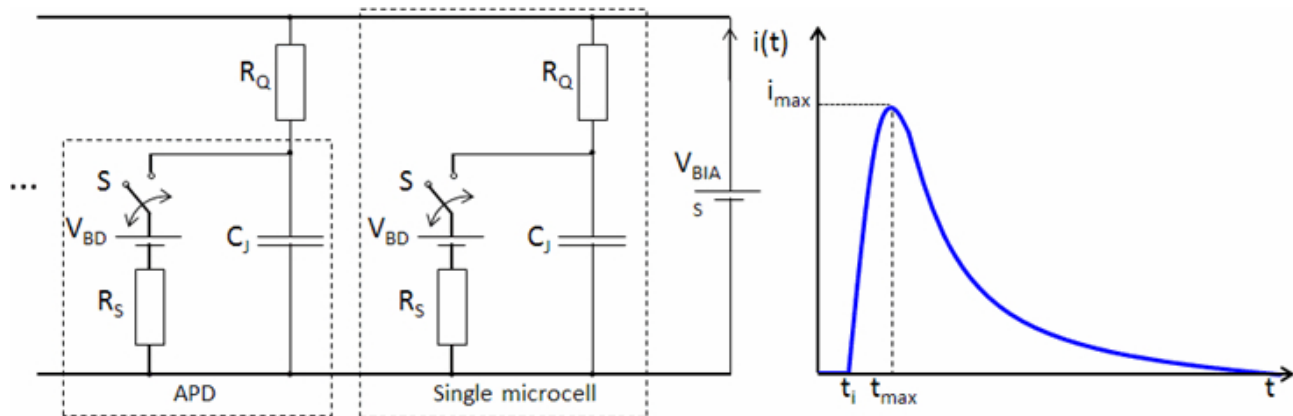


Figura 3.8: circuito equivalente semplificato del SiPM (due microcelle) polarizzate con una fonte esterna di voltaggio

Come mostrato nella figura 3.8 il modello del circuito contiene:

- una capacità in parallelo:  $C_j$  (che rappresenta la capacità del dispositivo)
- il voltaggio esterno fornito al SiPM:  $V_{bias}$
- uno switch (S) in serie
- un voltaggio  $V_{bd}$  (voltaggio di breakdown del dispositivo, quello al quale inizia la moltiplicazione delle cariche)
- una resistenza  $R_s$  (che rappresenta l'intera resistenza dell'APD durante la scarica).

In assenza di luce e ignorando i dark count (le cariche prodotte in assenza di luce), S è aperto e il voltaggio in  $C_j$  è  $V_{bias}$  ( $V_{bias} > V_{bd}$ ): la cella è pronta ad assorbire luce in modalità Geiger. Quando la cella assorbe un fotone, produce la coppia elettrone lacuna e inizia l'effetto valanga. Nell'istante in cui la valanga inizia, S si chiude facendo scaricare  $C_j$  passando da  $R_s$  ( $R_s \ll R_q$ ) con costante di tempo  $R_s \cdot C_j$ . Il potenziale di  $C_j$  diminuisce, abbassando la probabilità di ionizzazione d'impatto. Durante questo passaggio la densità di cariche nella regione di svuotamento può raggiungere diventare molto alta e la nuvola di portatori di carica può comportarsi come un conduttore a bassissima resistenza sotto un voltaggio finito. Questo genera una corrente attraverso l'APD che può contribuire al conteggio finale rendendo difficile la lettura di un segnale discreto o addirittura danneggiare il rivelatore. Per questo è necessario strozzare la corrente attraverso una resistenza  $R_q$  posta in serie all'APD che collega in parallelo i diversi pixel. Grazie alla resistenza  $R_q$ , la probabilità che la ionizzazione continui diventa così piccola da riuscire a "strozzare" la scarica. In questo momento S si apre e il voltaggio esterno  $V_{bias}$  ricarica  $C_j$  in un tempo uguale a  $R_q \cdot C_j$ .

L'immagine a destra mostra il flusso della corrente attraverso i terminali del SiPM durante il processo descritto in precedenza. Se due o più microcelle vicine vengono attivate simultaneamente a causa della luce incidente, il segnale di output sarà una sovrapposizione lineare dell'impulso, quindi avremo una risposta come quella in figura che darà una quantità quantizzata di carica in uscita ( $Q$ ,  $2Q$ ,  $3Q$ ). Invece, se la stessa

cella assorbe più di un fotone, l'ampiezza sarà uguale a quella nel caso di un singolo fotone assorbito  $Q$ .

La valanga inizia a  $T_i$  e viene strozzata a  $T_{max}$ . La salita dell'impulso inizia a  $T_i$  dove

$$i \propto 1 - e^{\frac{-t}{R_s \cdot C_j}}$$

A  $t_{max}$  l'impulso raggiunge il massimo valore per

$$i_{max} \approx \frac{V_{bias} - V_{bd}}{R_Q + R_s} = \frac{\Delta V}{R_Q + R_s}$$

per poi decrescere come

$$e^{\frac{-t}{R_Q \cdot C_j}}$$

Integrando l'impulso di corrente in un'opportuna finestra temporale si ottiene la carica  $Q$  che viene trasferita ai terminali del SiPM. Dato che un singolo portatore di carica genera il trasferimento di corrente, il guadagno si può scrivere come

$$G = \frac{Q}{e}$$

Ma dato che  $Q = C_j \Delta V$  allora

$$G = \frac{C_j \Delta V}{e}$$

dove  $\Delta V = V_{bias} - V_{br}$  viene chiamato overvoltage.

L'equazione mostra come il guadagno vari in maniera lineare con  $\Delta V$  e la capacità, e non dipende da  $R_q$

Il valore della capacità è fissato e dipende esclusivamente dall'architettura del SiPM; quindi  $\Delta V$  è un parametro variabile con cui può essere controllato il guadagno. Non c'è un'esplicita dipendenza dalla temperatura ma dato che il  $V_{bd}$  dipende dalla temperatura anche il guadagno fa lo stesso per  $V_{bias}$  fissato. Per eliminare questa dipendenza basta fare in modo che  $\Delta V$  sia costante. [14]

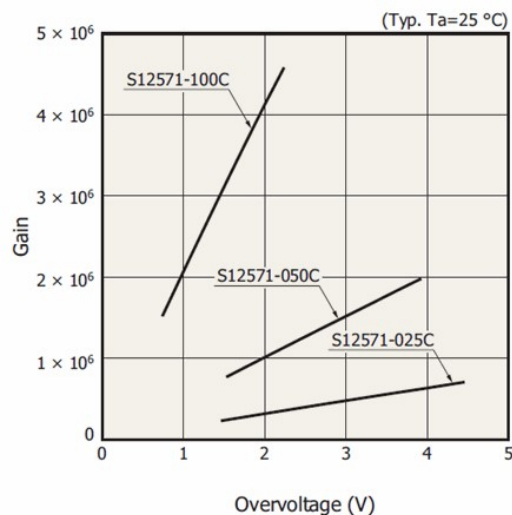


Figura 3.9: Guadagno in ( $e^-$ ) prodotti in funzione dell'overvoltage, di tre diversi SiPM prodotti dalla Hamamatsu [19]

# Capitolo 4

## Caratterizzazione SiPM

### 4.1 Apparato sperimentale

Per poter studiare il due SiPM abbiamo usato il "SiPM Educational Photon Kit" [17] prodotto dalla ditta CAEN di Viareggio, un kit che conteneva 4 componenti principali con annessi collegamenti USB per controllare le apparecchiature attraverso un'interfaccia LabView. La strumentazione comprendeva:

1. Un supporto metallico ("SiPM holder") con cui connettere il SiPM all'alimentatore, i due SiPM che abbiamo utilizzato sono prodotti dalla Hamamatsu e sono il modello S13360-1350CS ( $1.3 \times 1.3 \text{ mm}^2$ ) e il modello S12571-100C/P ( $1 \times 1 \text{ mm}^2$ , non presente nel kit)

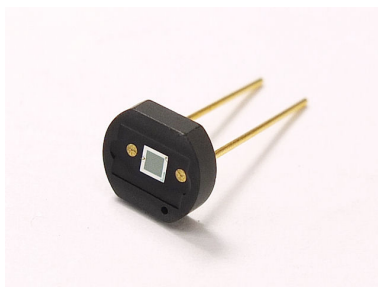


Figura 4.1: SiPM modello S13360-1350CS

2. Una unità di alimentazione ed amplificazione, modello PSAU SP5600, che fornisce il voltaggio necessario al SiPM e amplifica il segnale, entrambi questi parametri possono essere controllati attraverso l'interfaccia. Inoltre integra un circuito per stabilizzare le variazioni di guadagno su temperatura. L'alimentatore ha due porte a cui è possibile connettere due SiPM simultaneamente.



Figura 4.2: PSAU SP5600

3. Un digitalizzatore, Desktop Waveform digitizer DT5270A, con due canali di input campionati a 250 MS/s da un ADC a 12 bit. Il digitalizzatore può integrare il segnale attraverso un trigger interno o esterno.



- Un Led driver ultra-veloce, modello SP5601, che emette luce violetta (400-410 nm) a intensità regolabile, la durata dell'impulso è nell'ordine dei ns. La frequenza dell'impulso può essere regolata internamente o esternamente, internamente è possibile solo impostarla su high (500 Hz – 80 kHz) o low (60 kHz – 5 MHz) tutte le misure sono state prese in modalità low. L'impulso luminoso viene trasmesso attraverso una fibra ottica sulla faccia del SiPM, la fibra è isolata e viene bloccata al supporto metallico.



Figura 4.3: Led driver SP5601

L'interfaccia è suddiviso in più pannelli e permette di controllare diverse caratteristiche fondamentali per l'acquisizione e l'analisi dei dati.

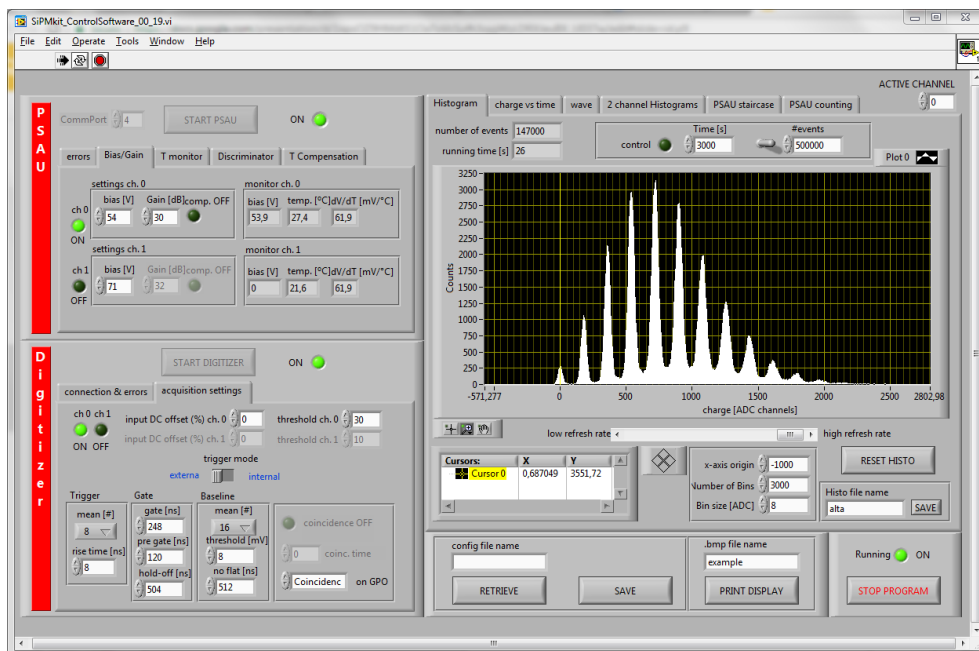


Figura 4.4: Interfaccia grafica del kit

- PSAU tabs: permette di controllare il voltaggio esterno ( $V_{bias}$ ) e il guadagno dell'amplificatore e controllare la temperatura del SiPM.
- Digitizer tabs: permette di impostare una soglia con cui settare il trigger, impostarlo come esterno o interno e determinare la durata del gate in cui verrà fatta l'integrazione del segnale.
- Visualization tabs: permette di visualizzare diversi tipi di grafico, tra cui: conteggi in funzione della carica, carica in funzione del tempo, visualizzare l'onda analogica, frequenza in funzione della soglia ("PSAU staircase") e permette di monitorare l'onda digitale e analogica del segnale.

## 4.2 Misura del voltaggio di breakdown

L'overvoltage ( $\Delta V = V_{bias} - V_{bd}$ ) è uno dei parametri più importanti per la caratterizzazione di un SiPM. Molte altre caratteristiche del SiPM dipendono da questo valore, inoltre permette di paragonare SiPM con caratteristiche diverse su una stessa scala.

Per conoscere l'overvoltage è fondamentale conoscere il  $V_{bd}$  per poter impostare il  $V_{bias}$  e ottenere il  $\Delta V$  desiderato.

Uno dei modi per misurare il  $V_{bd}$  è studiare la curva I-V del SiPM. Il rivelatore è in modalità di buio, cioè a luce spenta e a temperatura costante. È inversamente polarizzato con una fonte esterna di voltaggio  $V_{bias}$  fornita dall'alimentatore e un picoamperometro ne misura la corrente. Per poter ottenere questa misura, abbiamo dovuto costruire un collegamento tra il SiPM holder e l'unità di amplificazione, visto che la struttura del kit CAEN non permetteva di collegarsi ai due poli.

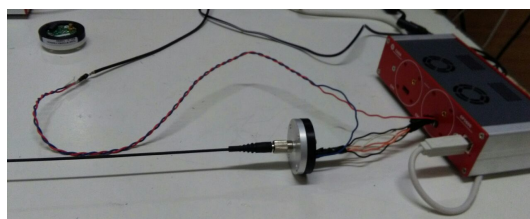
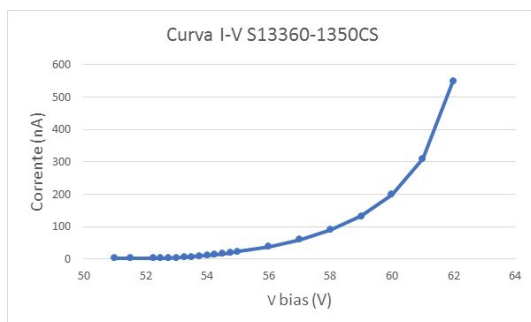


Figura 4.5: Collegamento effettuato per misurare la corrente prodotta

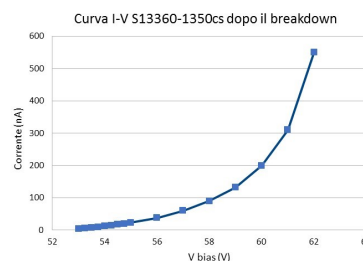
In condizioni di buio e con un SiPM ideale non dovremmo osservare nessuna corrente, visto che non arriva nessun fotone. La corrente che vediamo è infatti Dark current, cioè la scarica innescata da cariche termicamente prodotte. All'aumentare di  $V_{bias}$  ci aspettiamo che la corrente aumenti, dato che aumentando il campo elettrico aumenta l'energia dei portatori e quindi la probabilità di innescare la valanga [15]:

- $V_{bias} < V_{bd}$  la corrente aumenta lentamente in maniera monotona;
- Dal valore  $V_{bias} = V_{bd}$  la corrente cresce in maniera esponenziale, perché le cariche generate nella struttura incominciano ad avere abbastanza energia per ionizzare d'impatto gli atomi di silicio;
- Per  $V_{bias} > V_{bd}$ , l' APD opera in modalità Geiger.

I valori che abbiamo raccolto per i due SiPM sono in linea con le previsioni teoriche.

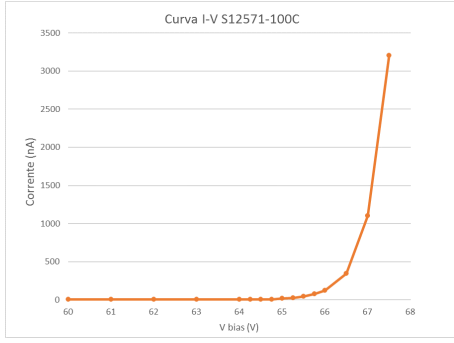


(a) Curva I-V

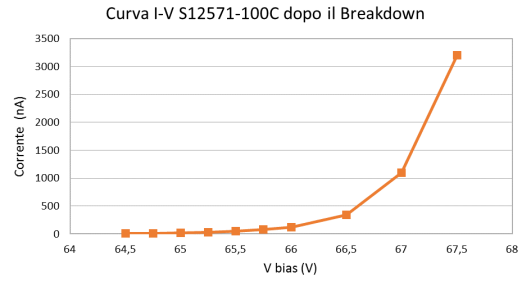


(b) Crescita esponenziale della zona di breakdown

Figura 4.6: Curve I-V per il modello S13360-1350CS



(a) Crva I-V



(b) Crescita esponenziale della zona di breakdown

Figura 4.7: Curve I-V per il modello S12571-100C/P

Si può notare subito dalle due curve I-V come il modello S12 presenti un guadagno più alto rispetto al modello S13.

L'andamento esponenziale può essere spiegato attraverso lo sviluppo in serie della corrente prodotta [21]:

$$I \approx [I_{dc} + I_{ext}] \cdot C \cdot \Delta V \cdot [1 - e^{-\Delta V/a}]$$

Dove:

- $[I_{dc} + I_{ext}]$  sono le correnti prodotte dai dark count e dalla fonte di luce esterna
- $C \cdot \Delta V$  sono il guadagno dell'APD
- $[1 - e^{-\Delta V/a}]$  è la probabilità di avere il breakdown,  $a$  è un parametro tipico del rivelatore.

Se si sviluppa al secondo ordine, per  $V_{bias} > V_{bd}$ , quindi per  $\Delta V/a < 1$ :

$$I \approx [I_{dc} + I_{ext}] \cdot C \cdot [\Delta V^2/a + o\Delta V^3 + \dots]$$

Vediamo quindi che la corrente segue un andamento esponenziale.

Per trovare la tensione di breakdown, abbiamo trasposto i valori della corrente in scala logaritmica, in questo modo si può ottenere il valore del  $V_{bd}$  interpolando i due intervalli  $V_{bias} < V_{bdStimato}$  e  $V_{bias} > V_{bdStimato}$  con due rette. L'intersezione tra le due rette ci da una buona stima della tensione di breakdown:

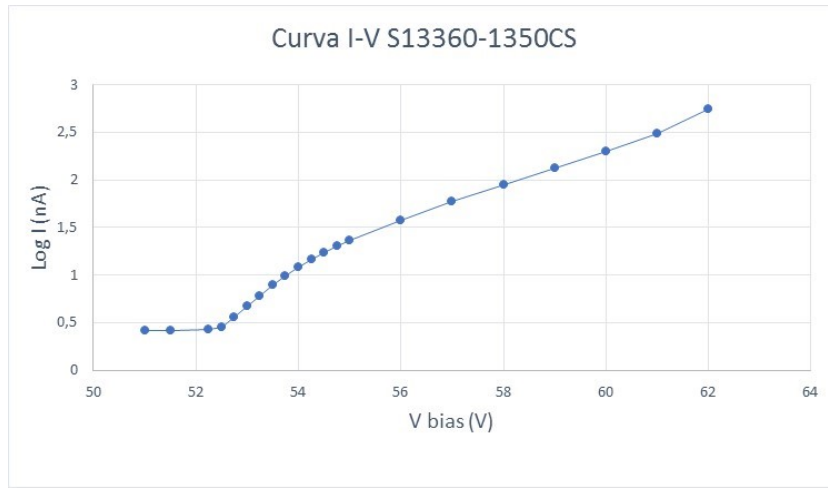


Figura 4.8: La  $V$  di breakdown (stimata) per il modello S13 risulta essere 52,7 V, in linea con i dati forniti dal datasheet [19], l'interpolazione dell'intervallo  $V_{bias} > V_{bdStimato}$  è valutata solo nell'intervallo [52,5 V; 56V] non su tutti i valori misurati.

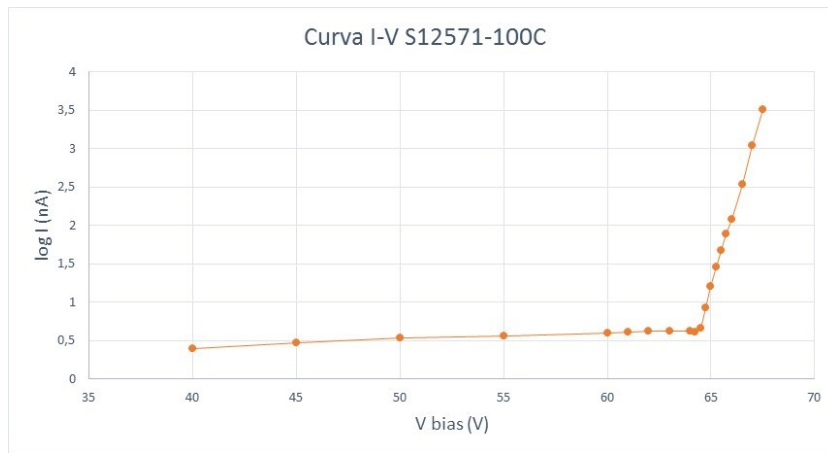


Figura 4.9: la  $V$  di breakdown (stimata) per il modello S12 risulta essere 64,4V, in linea con i dati forniti dal datasheet[20]

Le misure della corrente sono state prese per  $\Delta V$  più alti nel modello S13 rispetto al modello S12, perché, come si può vedere dal grafico la 4.7 la corrente prodotta nel modello S12 diventava rapidamente troppo alta rischiando di danneggiare il dispositivo.

### 4.3 Misura del guadagno

Il sensore, per funzionare, deve essere polarizzato con una tensione di bias che supera di pochi Volt la tensione di breakdown della giunzione. Quando un fotone colpisce la cella, si genera un fotoelettrone che a sua volta, durante la valanga, genera molti altri elettroni. Il guadagno del SiPM esprime proprio il numero medio di portatori generati durante una valanga provocata da un fotone.

Il guadagno aumenta con l'aumentare della tensione di overvoltage poichè la zona di svuotamento diventa sempre più estesa, facendo così aumentare la regione di moltiplicazione della valanga, seguendo la legge data da [22]:

$$W = \sqrt{2\epsilon(V_{bias} + V_{in})/N_e} = \sqrt{2\rho\mu\epsilon(V_{bias} + V_{in})}$$

dove,  $V_{in}$  è la tensione di built in del dispositivo creata internamente,  $N$  è la concentrazione di drogaggio,  $e$  la carica elettrica,  $\epsilon$  la costante dielettrica del materiale,  $\rho$  è la resistività e  $\mu$  la mobilità dei portatori di carica.

Il guadagno dipende anche dalla temperatura [15]: all'aumentare di essa, le vibrazioni reticolari diventano sempre più forti e con queste aumenta la probabilità che i portatori possano urtare gli ioni prima ancora di aver acquisito dal campo elettrico un'energia cinetica sufficiente a creare nuove ionizzazioni, questo fatto porta ad una attenuazione della valanga. Il nostro sistema ci permetteva di osservare la temperatura dello strumento, tuttavia abbiamo preferito non prendere misure al variare di questa perché non potevamo controllarla in maniera precisa. Per tutte le nostre misure la temperatura è rimasta tra i 25°C e i 27°C, non subendo variazioni superiori agli 0,5°C durante la singola misura.

Il guadagno di un SiPM può essere valutato attraverso l'analisi dei conteggi in funzione della carica [18]: la carica corrisponde alla carica digitalizzata misurata integrando il picco della corrente elettrica durante un predefinito intervallo di tempo. Il grafico conteggi su carica produce la tipica figura di una “manina”, dove le dita, cioè i picchi dell'istogramma, sono associati al numero di fotoni rilevati dal SiPM, ovvero al numero di celle APD in cui un fotone ha innescato la scarica geiger. La separazione dei picchi è dovuta al fatto che ciascun APD durante la valanga produce una quantità di carica  $Q$  quantizzata. Il SiPM fa una media della carica prodotta dalle APD quindi la lettura della carica subisce delle fluttuazioni statistiche inoltre lo strumento è affetto da diversi tipi di rumore che verranno trattati in seguito. Quindi i picchi  $i$  - *esimi* non sono delta di dirac sulle  $i \cdot Q$  cariche lette ma un picco gaussiano con  $i \cdot Q$  come media. In un SiPM ideale i picchi sono perfettamente divisi tuttavia il rumore dello strumento produce delle cariche che riempiono l'area compresa tra questi.

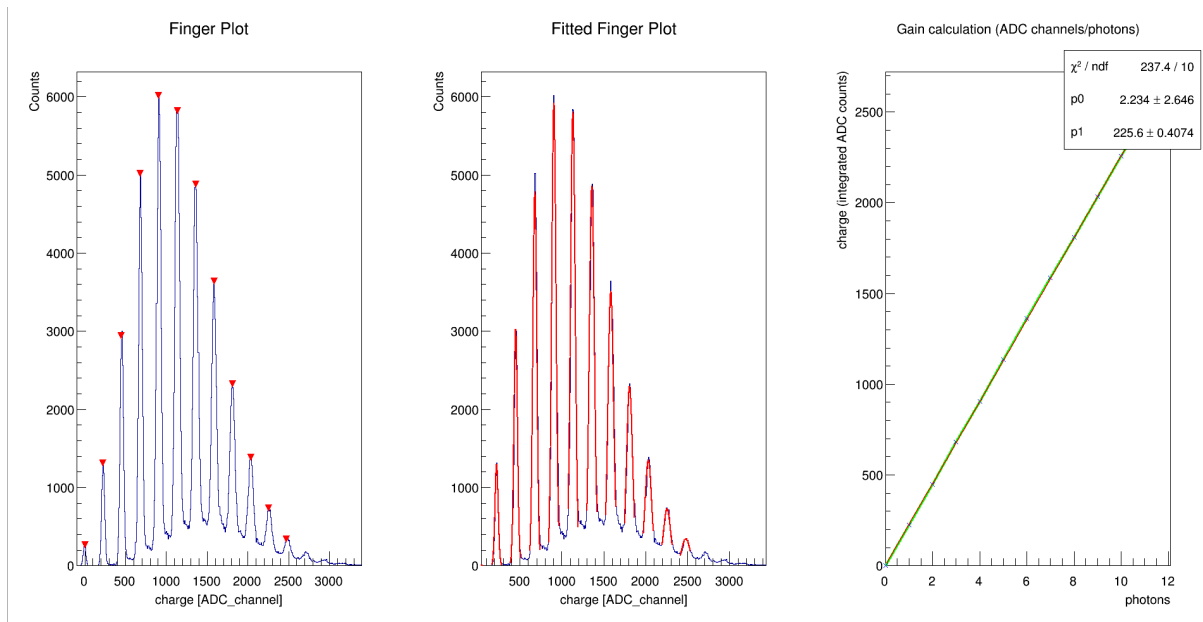


Figura 4.10: tre canvas in uscita al nostro programma *fit analyze*, dati del SiPM S12571 ad un tensione di 54,5 V

Per prendere la misura del guadagno abbiamo sviluppato un programma di analisi in ambiente Root (*fit analyze*). Il programma legge il file dati fornito dal software del kit Caen, per un valore di tensione fissato, e restituisce tre grafici:

1. *Finger Plot*: un istogramma in cui i conteggi sono in funzione della carica, in cui sono segnalati i picchi, che corrispondono al numero di fotoni letti (il picco a 0 corrisponde a quante volte non è stato rilevato un fotone).
2. *Fitted Finger Plot*: lo stesso istogramma, con un interpolazione gaussiana sui picchi, in rosso.
3. *Gain calculate*: un grafico con la carica in funzione dei fotoni rivelati, dove  $i$  fotoni corrispondono all'  $i$ -esimo picco. I valori vengono interpolati con una retta, vediamo che l'interpolazione e i dati sono perfettamente sovrapposti. Il coefficiente angolare della retta (P1 sul grafico) fornisce il guadagno del SiPM per la tensione a cui sono presi i dati.

Inoltre il programma restituisce in uscita:

- Il numero totale di eventi.
- I parametri  $\mu$ ,  $\sigma$  e ampiezza inerenti ad ogni gaussiana interpolata.
- La temperatura e il voltaggio a cui sono stati presi i dati.

La distanza tra un picco e l'altro è correlata al guadagno dell'APD che ci aspettiamo crescere linearmente con l'overvoltage:

$$G = C\Delta V/qe$$

Quindi guardando la distanza tra i picchi possiamo ricavarci il guadagno, tuttavia questo risultato non è il reale guadagno del SiPM, perché il segnale viene modificato dall'amplificatore e poi viene digitalizzato.

Per ottenere il guadagno in elettroni del SiPM è necessario moltiplicare il numero puro che otteniamo dall'analisi per un fattore che dipende dal sistema che viene utilizzato per leggere il segnale, la formula per calcolarsi il fattore di conversione è [25]:

$$Conversion\ Factor = \frac{V_{pp}}{R_{in}} \frac{1}{2^{N_{bit}}} \Delta t \frac{1}{G_{psau}}$$

Per lo PSAU-SP5600 e il Digitizer DT5720A:

- $V_{pp} = 2V$ , è il range dinamico del digitizer
- $R_{in} = 50\Omega$ , è l'impedenza in ingresso del digitizer
- $N_{bit} = 12\text{ bit}$ , è la risoluzione del digitizer
- $\Delta t = 4\text{ ns}$ , è il periodo di campionamento del digitizer
- $G_{psau} = 32\text{ dB}$ , è il guadagno dell'amplificatore, questo valore può essere controllato dall'interfaccia.

Il fattore di conversione, nel nostro caso, risulta essere uguale a 1,2207 fC.

Moltiplicando il guadagno ottenuto con *Fit Analyze* per questo fattore e dividendo per la carica di un elettrone otteniamo il guadagno in numero di elettroni. Cioè il numero di cariche prodotte dall'APD dopo che un fotoelettrone ha innescato la scarica.

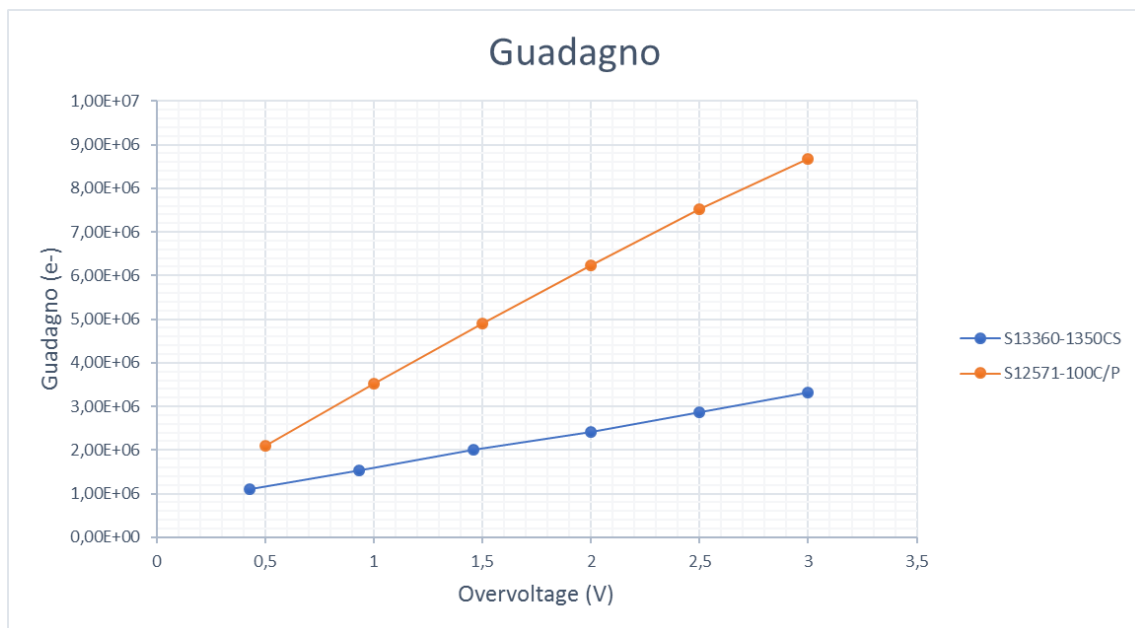


Figura 4.11: I tre grafici creati dal nostro programma *fit analyze*. Dati del SiPM S12571 ad un tensione di 54,5 V

## 4.4 Misura di Crosstalk e Dark count

Durante il processo di valanga, l'energia cinetica dei portatori di carica, anche se più grande del gap del silicio, non deve necessariamente contribuire alla valanga. Come discusso in precedenza, attraverso le collisioni, una parte di questa energia viene dissipata sotto forma di calore facendo aumentare le vibrazioni fononiche. È anche possibile che una parte di quest'energia venga emessa sotto forma di fotoni. Se la cella non è adeguatamente schermata otticamente, questi fotoni possono finire in una cella adiacente e innescare una valanga. Questo fenomeno è denominato crosstalk ottico. [14]

La scarica secondaria può avvenire simultaneamente con la prima ("direct or prompt crosstalk") o ritardata di una decina di nanosecondi ("delayed crosstalk"). Il crosstalk è un rumore correlato cioè è presente esclusivamente se viene rivelato l'evento che si vuole misurare. Se non corretto il crosstalk rende il segnale di output più alto rispetto a quello che ci si aspetterebbe dalla quantità di luce incidente.

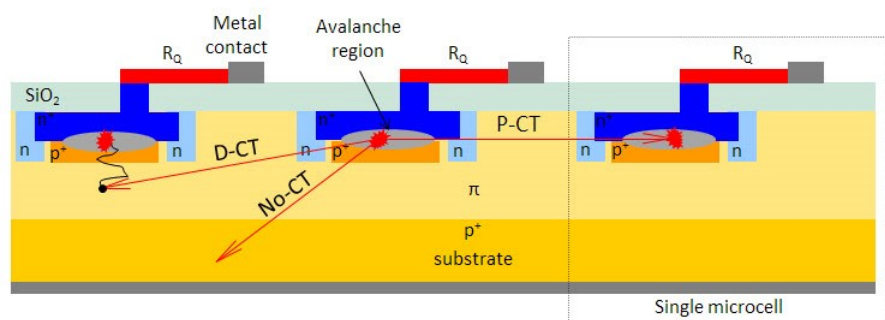


Figura 4.12: lo schema mostra il meccanismo di prompt (PCT), delayed (DCT), e l'assenza di crosstalk (NoCT) [14]

Osservando il segnale su un oscilloscopio in modalità di traccia persistente si può vedere il segnale prodotto da 1 p.e.. In assenza di crosstalk, si vedrà un segnale di questo tipo:

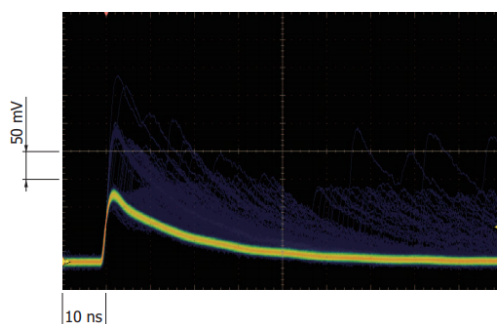


Figura 4.13: segnale con pochi crosstalk [14]

In presenza di crosstalk però la scarica primaria sarà accompagnata dalle scariche successive innescate nei rivelatori adiacenti, associate ai successivi fotoelettroni prodotti. Nella figura si può vedere la sovrapposizione delle onde associate.



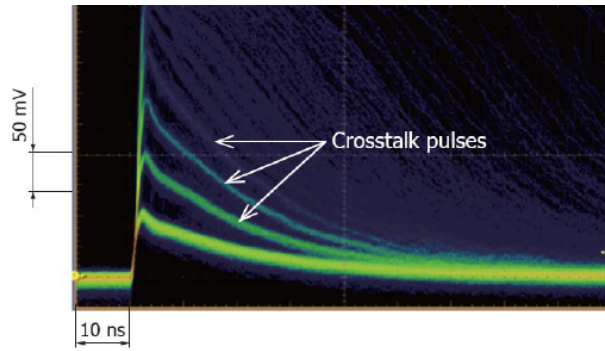


Figura 4.14: Il gradiente di colore, da blu a rosso, rappresenta la frequenza con cui il fenomeno avviene. Si può vedere come gli eventi più probabili siano dovuti ad 1 p.e., seguito da 2 p.e., 3 p.e., ecc. Ogni onda non associata ad 1 p.e. è dovuta al crosstalk

Una scarica geiger in una microcella emette isotropicamente qualche decina di fotoni che hanno abbastanza energia da produrre una coppia di  $e - h$ . La maggior parte dei fotoni finisce al di fuori della zona dove può avvenire l'effetto valanga, comunque esiste una probabilità finita che il fotone finisca nella zona di moltiplicazione o nelle vicinanze di essa. Questa probabilità per un dato SiPM è in funzione di tre fattori [14]:

1. Le dimensioni della microcella
2. L'architettura del SiPM
3. La differenza tra il voltaggio esterno e quello di breakdown, l'overvoltage ( $\Delta V$ ).

Per un dato SiPM, i primi due valori sono fissati mentre si può vedere come la probabilità vari al variare dell'overvoltage.  $\Delta V$ , come si può vedere in 4.15. Il motivo è chiaro: aumentando il campo elettrico all'interno della cella aumentiamo anche la possibilità di una scarica Geiger, sia di quelle dovute a fotoni assorbiti sia quelle dovute a fotoni prodotti. Il crosstalk quindi rende il flusso di fotoni più grande di quanto sia realmente ed è uno dei principali contributi al rumore dello strumento. Come si può vedere dai nostri grafici la probabilità aumenta con l'overvoltage:

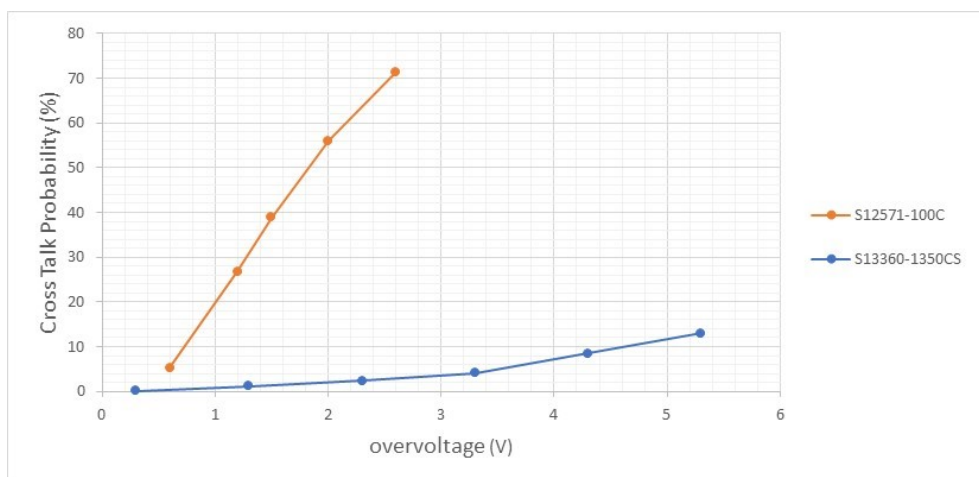


Figura 4.15: La crosstalk probability, è maggiore cresce più velocemente nel modello S12, il modello S13 ha una percentuale molto bassa che rimane stabile nella tensione operativa

Il grafico in figura 4.15 è stato ottenuto nel seguente modo [18]: in condizioni di buio, l'impulso dato da un fotoelettrone (1 p.e.) è causato dai dark count mentre le successive sono causate dal crosstalk. Chiamiamo  $N_{1\text{p.e.}}$ ,  $N_{2\text{p.e.}}$ ,  $N_{3\text{p.e.}}$  il numero di conteggi associati ad 1 p.e., 2 p.e., 3 p.e. dopo un certo tempo di osservazione  $\tau$ . Allora il dark count rate (frequenza dei dark count) sarà

$$DCR = \frac{N_{1\text{p.e.}} + N_{2\text{p.e.}} + N_{3\text{p.e.}} + \dots}{\tau}$$

mentre la probabilità di crosstalk sarà

$$PCT = \frac{N_{2\text{p.e.}} + N_{3\text{p.e.}} + \dots}{N_{1\text{p.e.}} + N_{2\text{p.e.}} + N_{3\text{p.e.}} + \dots}$$

In realtà è poco probabile che la scarica primaria inneschi più di una scarica successiva, quindi i conteggi superiori al secondo possono essere trascurati.

Il contatore conta solo se il segnale supera una soglia scelta da noi grazie all'interfaccia del digitizer: nel nostro caso sceglieremo un voltaggio corrispondente a quello generato da 0,5 p.e. in modo da essere sicuri di prendere solo segnali che corrispondono ad almeno un p.e. e non a fluttuazioni statistiche.

Il digitizer Caen permette di raccogliere i dati nella modalità "PSAU staircase", la staircase è un grafico dove:

- I valori sull'ascissa sono i valori di soglia (mV) applicati al segnale.
- Sull'ordinata c'è il numero di conteggi per unità di tempo (Hz) che superano quella data soglia.

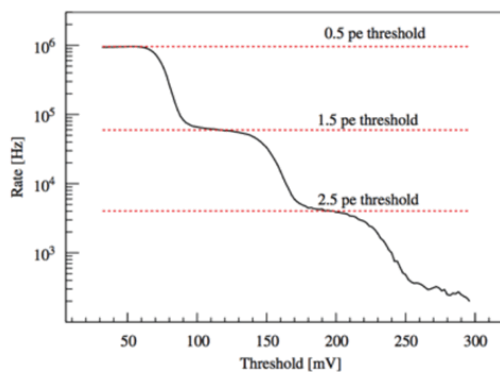


Figura 4.16: L'altezza alla frequenza dei tutti i conteggi che superano una determinata la soglia, a cui corrisponde un numero di p.e. rilevati

La frequenza individuata dal primo scalino corrisponde alla frequenza di tutti gli impulsi con ampiezza maggiore di quella associata a 0.5p.e. il secondo scalino corrisponde alla frequenza di tutti gli impulsi con ampiezza maggiore a quella associata a 1.5p.e. quindi la probabilità di crosstalk è data da

$$P_{\text{crosstalk}} = \frac{\nu_{1.5\text{p.e.}}}{\nu_{0.5\text{p.e.}}}$$

Dai dati raccolti possiamo vedere come la probabilità di crosstalk aumenti con l'aumentare dell'overvoltage  $\Delta V$

Per prendere questa misura, abbiamo sviluppato un programma compatibile con l'ambiente Root che dato uno staircase dal digitizer Caen, restituisse il dark count rate e la crosstalk probability.

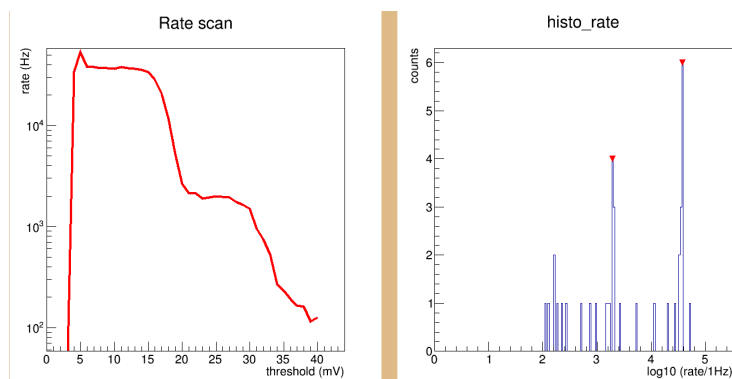


Figura 4.17: Canvas in uscita dal nostro programma  
*Rate Scan*

Il programma *Rate Scan*, in riferimento alla 4.17 crea un istogramma (Histo rate) dove, per ogni bin di frequenza, era contato il numero dei valori di soglia associato. La frequenza è espressa in scala logaritmica, quindi sull'ascissa del nostro istogramma abbiamo  $\log_{10}(\text{rate}/1\text{Hz})$  e in ordinata il numero di conteggi. I picchi più alti corrispondono alla alla parte orizzontale dello scalino. Questo ci permetteva di creare dei picchi in corrispondenza delle frequenze più frequenti, cioè quelle associate al conteggio di 1 o 2 fotoni.

La media del picco più alto è il dark count rate, mentre il rapporto tra la media del picco più alto e quella del secondo corrisponde alla probabilità di Crosstalk.

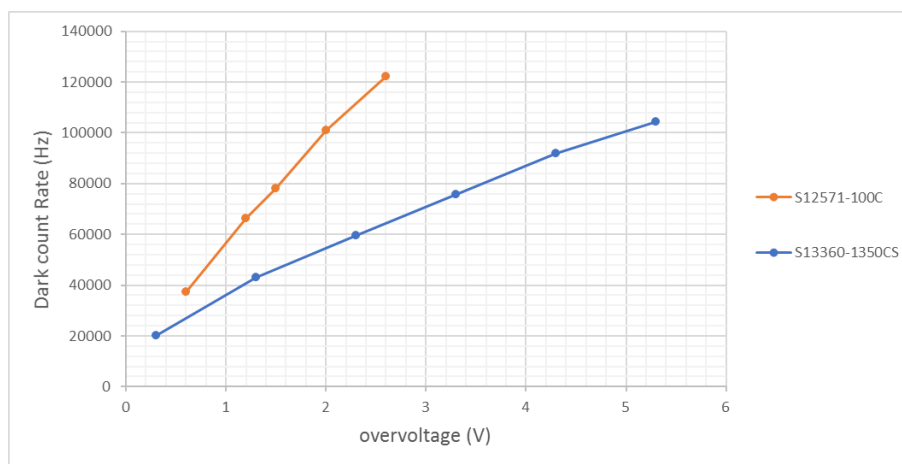


Figura 4.18: Dark count Rate per i due rivelatori

## 4.5 Afterpulse

Durante il processo a valanga (sia innescato dal fotone che da cariche termiche) una parte degli elettroni rimangono intrappolati nei livelli energetici delle impurezze e vengono rilasciati con un po' di ritardo (1-10ns). Quando vengono rilasciate queste cariche possono innescare un nuovo processo a valanga, un effetto particolarmente sgradito nel caso di esperimenti in cui si misura la correlazione tra un evento e la produzione di un fotone. Se queste scariche vengono rilasciate nel tempo di recupero del SiPM allora la loro intensità sarà minore di quella regolare e potranno essere discriminate con un'analisi dei picchi.

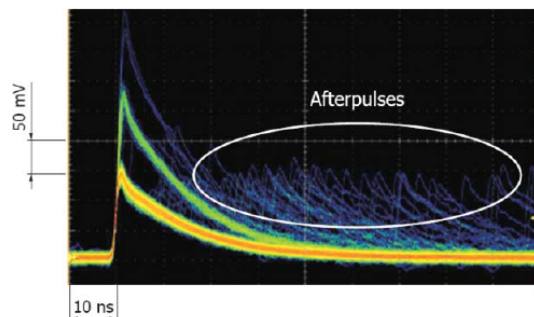
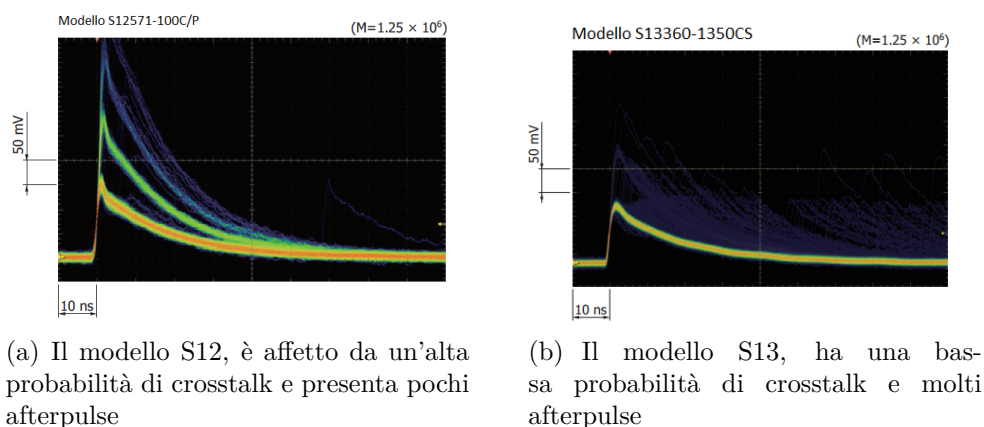


Figura 4.19: Afterpulse indicati in un segnale dato da un oscilloscopio a traccia persistente

Gli afterpulse possono essere considerati come un eccesso di celle attivate in un gate che segue il segnale dovuto alla scarica geiger "reale"; un modo per calcolare la probabilità che questo fenomeno avvenga consiste nel creare due diversi gate dove viene integrato il segnale: il primo gate viene sincronizzato con l'emissione del laser e integra la scarica "reale", il secondo è immediatamente successivo e integra gli impulsi che seguono la prima scarica. Variando la lunghezza del secondo gate si può studiare la frequenza degli afterpulse e la loro costante di tempo. Non abbiamo effettuato questa serie di misure perché abbiamo preferito concentrarci su quelle che potevano essere prese semplicemente con il Kit, per una trattazione più completa della misura sulla frequenza degli afterpulse si veda [24]. Possiamo comunque farci un'idea sulla presenza di afterpulse guardando l'immagine del segnale su un oscilloscopio a traccia persistente, fornito dai datasheet dei due SiPM [20] [19]:



(a) Il modello S12, è affetto da un'alta probabilità di crosstalk e presenta pochi afterpulse

(b) Il modello S13, ha una bassa probabilità di crosstalk e molti afterpulse

Figura 4.20: Segnale dei due SiPM

## 4.6 Photon detection efficiency

La PDE (Photon detection efficiency) ( $\xi$ ) è la probabilità che il SiPM produca un segnale in output in risposta ad un fotone incidente. È una funzione dell'overvoltage e della lunghezza d'onda del fotone incidente. Viene espressa come il prodotto [14]

$$\xi(\Delta V, \lambda) = f \cdot \eta \cdot PG.$$

Nell'equazione:

- $f$  è il fattore di riempimento
- $\eta$  è l'efficienza quantica
- $PG$  è la probabilità di innescare una scarica Geiger.

### Fattore di Riempimento

Come già detto in precedenza il SiPM è uno strumento diviso in pixel. Per un dato SiPM, tutti i pixel o microcelle sono quadrati della stessa dimensione e sono sistemati seguendo un pattern rettangolare. L'area del pixel è detta area attiva. A seconda del design del SiPM, l'area attiva può essere compresa tra  $1 \times 1 \text{ mm}^2$  ai  $6 \times 6 \text{ mm}^2$ . Non tutta l'area del pixel è fotosensibile, la frazione di area attiva che è sensibile alla luce è chiamata "geometrical fill factor". I valori di questa sono compresi tra il 30% e 80%, dove i valori più grandi sono quelli delle microcelle più larghe.

### Efficienza quantica

L'efficienza quantica è la probabilità che un fotone incidente produca una coppia elettrone lacuna. La struttura del SiPM può essere ottimizzata per migliorare questa caratteristica attraverso la legge di Beers-Lambert [15]:

$$\frac{I_t}{I_i} = e^{-K_\lambda l}$$

dove:

- $\frac{I_t}{I_i}$  è il rapporto tra la luce trasmessa e quella incidente
- $K_\lambda$  è il coefficiente di attenuazione che è una costante tipica del mezzo attraversato e dipende dalla lunghezza d'onda  $\lambda$
- $l$  è lo spessore del mezzo attraversato

quindi, conoscendo  $K_\lambda$  dei vari materiali che compongono il fotodiodo, si può far sì che gran parte della luce incidente venga assorbita proprio nella zona desiderata, per la lunghezza d'onda che interessa rivelare. La zona desiderata è quella di svuotamento dove il forte campo elettrico impedisce ad elettrone e lacuna di ricombinarsi.

## Probabilità di innescare una scarica Geiger

Una volta nella regione dove si innesca la valanga, la carica guadagna energia cinetica dal campo elettrico ma solo se questa supera la soglia di ionizzazione del silicio allora sarà capace di innescare la valanga.

Questa capacità dipende da tre fattori[15]

1. la forza del campo elettrico, controllato da  $\Delta V$ ;
2. Lo spessore della regione valanga che dipende anch'esso da  $\Delta V$ ;
3. la cross section delle interazioni tra i portatori di carica e i fononi.

Se  $\Delta V < 0$ , la probabilità di innescare la valanga sarà molto bassa. se  $\Delta V$  è poco superiore allo 0 l'energia dell'elettrone non sarà abbastanza per ionizzare d'impatto il silicio. Tuttavia è inutile aumentare entro un certo valore  $\Delta V$ : dato che anche gli urti anelastici tra i portatori di carica e i fononi aumentano con  $\Delta V$ , e questi limitano la possibilità di innescare una scarica geiger. Inoltre l'aumento  $\Delta V$  fa aumentare il rumore dello strumento prodotto dai dark count e dai crosstalk che rendono più difficile l'analisi dei dati. Queste figure mostrano come  $\xi$  dipenda sia  $\Delta V$  che da  $\lambda$ .

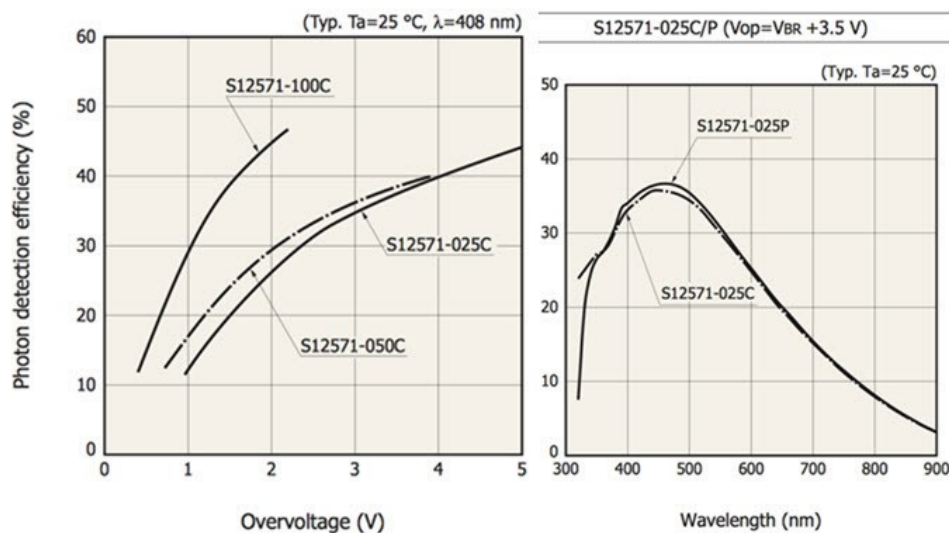


Figura 4.21: Questi grafici mostrano come  $\xi$  dipenda sia  $\Delta V$  che da  $\lambda$ . I grafici si riferiscono al modello S12571-100C [20]

## Distribuzione di probabilità

Nel nostro setup sperimentale abbiamo considerato solo la lunghezza d'onda del nostro emettitore di fotoni, ma abbiamo potuto comunque valutare l'andamento della PDE in funzione dell'overvoltage dei nostri due dispositivi. Possiamo valutarne soltanto l'andamento poiché non disponiamo dell'attrezzatura per misurarne il valore assoluto. Per valutare l'andamento della PDE è necessario considerare la distribuzione di probabilità legata alla lettura del segnale luminoso [9]. Nel caso in cui il sistema sia esposto ad una luce debole la probabilità di ottenere un conteggio  $n$  in un breve periodo di tempo  $\delta t$  è:

$$P(1, \delta t) = \lambda \cdot \delta t$$

Durante un periodo di tempo  $T$  c'è un numero  $N$  di intervalli ( $T = N \cdot \delta t$ ) durante il quale un fotone può essere rilevato o no, si assume che l'intensità della luce sia bassa così che la possibilità di rivelare più fotoni in un intervallo infinitesimo  $\delta t$  sia nulla. La probabilità che in un certo intervallo si verifichi l'una o l'altra possibilità è indipendente dagli eventi passati. Quindi la probabilità di avere  $n$  conteggi durante il periodo di tempo  $T$  è

$$P(n, T)^* = (\lambda \cdot \delta t)^n \cdot (1 - \lambda \cdot \delta t)^{N-n}$$

dove il primo fattore rappresenta la probabilità di avere un conteggio in ognuno dei  $n$  intervalli e il secondo nessun conteggio nei restanti intervalli.

Comunque bisogna tenere in conto la possibilità che i conteggi possano essere ottenuti in diversi modi, precisamente  $M$  modi:

$$M = \binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$$

Quindi la probabilità diventa:

$$\begin{aligned} P(n, T) &= M \cdot P(n, T)^* = \frac{N!}{n!(N-n)!} \cdot (\lambda \cdot \delta t)^n \cdot (1 - \lambda \cdot \delta t)^{N-n} \\ &= \binom{N}{n} \frac{N^n}{N^n} \cdot (\lambda \cdot \delta t)^n \cdot \left[\frac{N}{N}(1 - \lambda \cdot \delta t)\right]^{N-n} \\ &= \binom{N}{n} \cdot (\lambda \cdot T)^n \cdot \frac{(N - \lambda \cdot T)^{N-n}}{N^N} \end{aligned}$$

Applicando il limite per  $N \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} P(n, T) &= \lim_{N \rightarrow \infty} \binom{N}{n} \cdot (\lambda \cdot T)^n \cdot \frac{(N - \lambda \cdot T)^{N-n}}{N^N} = \\ &= (\lambda \cdot T)^n \cdot \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{N!}{n!(N-n)!} \right) \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{(N - \lambda \cdot T)^{N-n}}{N^N} \right) = \end{aligned}$$

Usando l'identità:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{N-x}{N} \right)^N = e^{-x}$$

L'equazione diventa:

$$= \frac{(\lambda \cdot T)^n}{n!} \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{N - \lambda \cdot T}{N} \right)^N = \frac{(\lambda \cdot T)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda \cdot T}$$

Quindi la nostra distribuzione di probabilità è la distribuzione di Poisson:

$$\frac{\mu^n}{n!} \cdot e^{-\mu}$$

dove  $\mu$  è la media, nel nostro caso è

$$\mu = \lambda \cdot T$$

Come ben noto all'aumentare di  $\mu$  la distribuzione di Poisson tende ad una distribuzione Gaussiana [9], si può osservare questa caratteristica variando l'intensità luminosa del Led Driver.

Dato che la nostra distribuzione è di tipo poissoniano, possiamo calcolarci il nostro  $\mu$  ovvero il numero medio di eventi per intervallo di tempo che, data una frequenza di impulsi luminosi fissata, è proporzionale alla PDE [21].

## Calcolo dell'andamento della Photon Detecion Efficiency

Possiamo calcolarci  $\mu$  in diversi modi:

1. Metodo 1 [18]: Consideriamo area della gaussiana  $i$ -esima in eventi  $N(i)$ , l'area del picco  $i$ -esimo fratto il numero totale di eventi ci fornisce la probabilità che vengano contati un numero di  $i$  fotoni per evento  $P(i) = \frac{N(i)}{N_{tot}}$ . Interpoliamo i nostri punti sperimentali  $P(i)$  con una curva Poissoniana:

$$P(\mu) = \frac{\mu^n}{n!} \cdot e^{-\mu}$$

da questa ricaviamo il nostro  $\mu$ .

2. Metodo 2 [18]: si misura  $N(i)$ . Si fa una sommatoria di tutti i picchi trovati  $n_p$ , in cui si calcola il numero medio di fotoni per evento, supponiamo che questa misura coincida col  $\mu$  della nostra distribuzione.

$$\mu = \sum_{i=0}^{n_p} \frac{N(i) \cdot i}{N_{tot}}$$

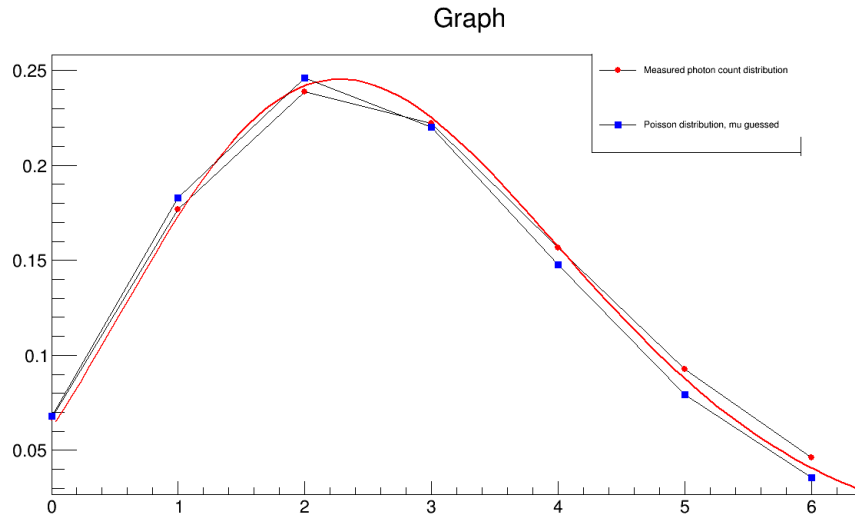


Figura 4.22: Il  $\mu$  calcolato con questi due metodi è fornito in output dal nostro programma *Fit Analyze*, che mostra anche su un grafico come i punti seguano una distribuzione poissoniana, i punti rossi ("Measured photon count distribution") sono quelli calcolati col primo metodo e sono interpolati con una poissoniana anch'essa in rosso, i punti blu ("Poisson distribution mu guessed") sono calcolati col secondo metodo

3. Metodo 3 [21]: entrambe le misure precedenti sono affette dagli errori di crosstalk e afterpulses. Un modo per ovviare a questo problema consiste nel considerare solo il picco(0) cioè quello per cui non vengono rivelati fotoni: in questo caso la probabilità data dalla poissoniana diventa semplicemente:

$$P(0) = e^{-\mu}$$

quindi:

$$\mu = -\ln\left(\frac{N(0)}{N_{tot}}\right)$$



Questa analisi non è affetta da errori dovuti a crosstalk e afterpulse ma è affetta dai Dark Counts, per ovviare al problema gli autori dell'articolo [21] suggeriscono di sottrarre al numero totale di eventi i dark count.

Un modo per farlo può essere quello di mettere il sistema in modalità di buio e usare un trigger esterno a bassa frequenza rispetto alla durata di un impulso, in modo da limitare i conteggi dovuti ad afterpulse. Gli unici conteggi diversi da 0 che avremo saranno quelli dovuti ai dark count. Possiamo quindi calcolarci la percentuale  $\epsilon$  di dark count del dispositivo per  $\delta V$  fissato come :

$$\epsilon_{\Delta V} = \frac{N(0)_{dc}}{N_{tot}}$$

quindi:

$$\mu = -\ln\left(\frac{N(0)}{\epsilon_{\Delta V} \cdot N_{tot}}\right)$$

è bene sottolineare che vista la scarsa presenza di dark count nei nostri due dispositivi,  $\epsilon$  modificava di un fattore dell'ordine  $10^{-4}$  la nostra misura iniziale.

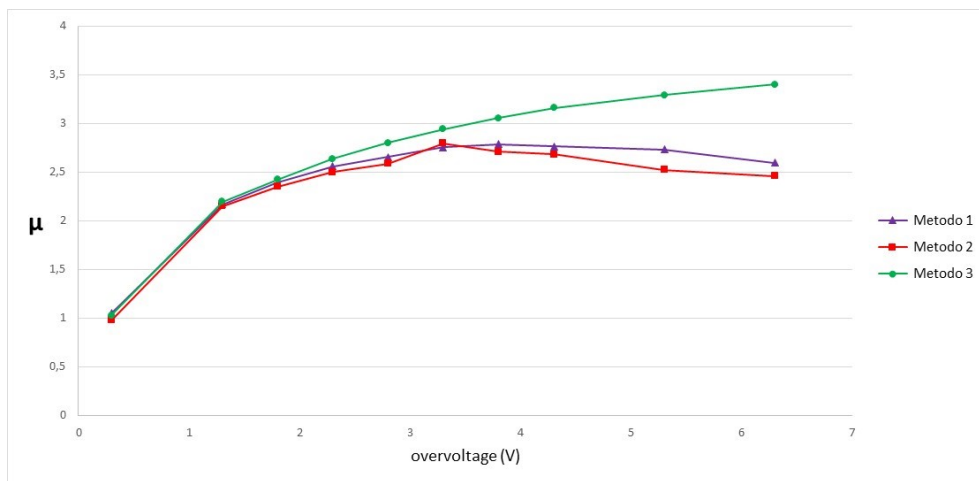
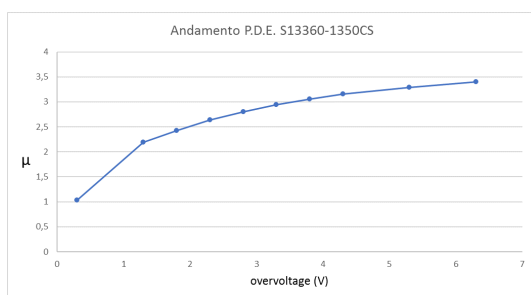
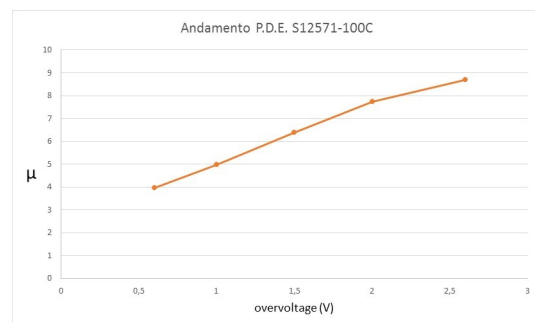


Figura 4.23: Valori di  $\mu$  calcolati con i diversi metodi, in funzione dell'overvoltage



(a)  $\mu$  calcolato col metodo 3



(b)  $\mu$  calcolato col metodo 3

Figura 4.24: Andamento della PDE nei due dispositivi, stimato con la misura di  $\mu$

# Conclusioni

Dal confronto tra le misure effettuate sui due SiPM Hamamatsu si possono trarre le seguenti conclusioni:

- Il modello S12571-100C, superata la tensione di breakdown, presenta un guadagno più elevato e che cresce più velocemente rispetto al modello S13360-1350CS. Ma oltre al guadagno cresce molto anche il rumore dovuto al crosstalk e la frequenza di dark count. È quindi necessario fare attenzione al rumore di questi rivelatori e alla loro forte dipendenza dal valore di tensione applicato.
- La probabilità di crosstalk è molto bassa per il modello S13360-1350CS e anche al variare dell'overvoltage non subisce grosse fluttuazioni, tra 1 e 3 Volt di overvoltage varia di poco più di un punto percentuale e anche a 5V supera di poco il 10%. Non si può dire altrettanto del modello S12571-100C che già a 2V di overvoltage raggiunge valori vicini al 60%.
- L'analisi statistica più precisa per determinare  $\mu$  e stimare l'andamento della PDE è quella illustrata nel metodo 3, poiché priva dei conteggi dovuti ai crosstalk e afterpulse.

Inoltre durante la tesi si è potuta valutare la possibilità di un'applicazione didattica del Kit prodotto dalla CAEN: durante la scrittura della tesi, ho avuto la possibilità di rendere partecipi due liceali di quello che era il mio lavoro. Usando il programma *Fit Analyze* sviluppato durante il tirocinio i due studenti di terza liceo hanno potuto prendere facilmente misure col Kit; grazie alle quali sono riusciti a comprendere e a vedere un concetto fisico complesso come la natura quantizzata della luce, oltre ad apprendere alcune rudimentali nozioni sulla fisica dei rivelatori e sull'analisi statistica.



# Bibliografia

- [1] <https://www.lngs.infn.it/it/raggi-cosmici>
- [2] <http://astro.uchicago.edu/cosmus/projects/aires/>
- [3] G. Batignani, G. Cerretani, M. Bitossi, R. Paoletti, A. De Angelis "*L'esperimento di Pacini sull'origine dei raggi cosmici*", *Giornale di Fisica*, 42(2) 2011.
- [4] F. Ceradini, appunti del Corso di Istituzioni di Fisica Nucleare e Subnucleare (2003)
- [5] L. D. Landau, E. M. Lifshitz e L. P. Pitaevskii, "*Electrodynamics of Continuous Media*", New York, Pergamon Press, 1984
- [6] P. Antoranz Canales, "*Contribution to the high frequency electronics of MAGIC II gamma ray telescope*". Tesi di Dottorato presso Universidad Complutense de Madrid (2010)
- [7] <https://www.cta-observatory.org/>
- [8] Egidio Landi Degl'Innocenti "*Spettroscopia atomica e processi radiativi*", Springer Verlag; 2009 edizione
- [9] Josè Manuel Rivera, "Use of SiPM for high speed and low light measurement", PhD Thesis, Universidad Complutense de Madrid, 2012
- [10] [https://chem.libretexts.org/Core/Physical\\_and\\_Theoretical\\_Chemistry/Jablonski\\_diagram](https://chem.libretexts.org/Core/Physical_and_Theoretical_Chemistry/Jablonski_diagram)
- [11] <http://www.ametekinstruments.it/Prodotti/ORTEC/Sistema-di-Spettrometria-Gamma.aspx>
- [12] <http://goldbook.iupac.org/html/P/P04598.html>
- [13] Bahaa E.A. Saleh, "*Fundamentals of Photonics*", (cap.17) John Wiley and Sons, New York, 1991.
- [14] Slawomir Piatek, Hamamatsu Corporation and New Jersey Institute of Technology "*A technical guide to silicon photomultipliers (SiPM)*", 2007, [https://www.hamamatsu.com/us/en/community/optical\\_sensors/articles/technical\\_guide\\_to\\_silicon\\_photomultipliers\\_sipm/index.html](https://www.hamamatsu.com/us/en/community/optical_sensors/articles/technical_guide_to_silicon_photomultipliers_sipm/index.html)
- [15] A. Ghassemi, K. Sato, K. Kobayashi, "*Hamamatsu's MPPC technical note*", [https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/mppc\\_kapd9005e.pdf](https://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/mppc_kapd9005e.pdf)

- [16] A. N. Otte et al. *"Status of Silicon Photomultiplier Developments as optical Sensors for MAGIC/EUSO-like Detectors"*, 29th International Cosmic Ray Conference Pune (2005) 00, 101–106.
- [17] *"SP5600E educational Photon Kit guide"*, CAEN Educational, guide GD5383, fornita all'interno del kit della ditta CAEN, scaricabile dalla pagina <http://www.caen.it/csited/CaenProd.jsp?parent=61&idmod=1022>
- [18] V. Arosio, M. Caccia, V. Chmill, A. Ebolese, M. Locatelli, A. Martemiyarov, M. Pieracci, F. Risigo, R. Santoro and C. Tintori, *"An Educational Kit Based on a Modular Silicon Photomultiplier System"*, 2014, <https://arxiv.org/pdf/1308.3622.pdf>
- [19] *"s13360 series datasheet"*, [http://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s13360\\_series\\_kapd1052e.pdf](http://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s13360_series_kapd1052e.pdf)
- [20] *"S12571 series datasheet"*, [http://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12571-010\\_etc\\_kapd1044e.pdf](http://www.hamamatsu.com/resources/pdf/ssd/s12571-010_etc_kapd1044e.pdf)
- [21] A. N. Otte, D. Garcia, T. Nguyen, D. Purushotham *"Characterization of Three High Efficiency and Blue Sensitive Silicon Photomultipliers"*, 2016
- [22] W M Yao et al. *"Review of particle physics."* J. Phys. G: Nucl. Part.Phys. July 2006.
- [23] *"Application note CAEN"* [http://www1.caen.it/xtra/newsletter/2011\\_04\\_04/AN2502\\_SiPM\\_Characterization.pdf](http://www1.caen.it/xtra/newsletter/2011_04_04/AN2502_SiPM_Characterization.pdf)
- [24] M. Caccia, R. Santoro, G. A. Stanizzi *"A simple and robust method to study after-pulses in Silicon Photomultipliers"*, CAEN application note.