

# Caratterizzazione di fotorivelatori al silicio SiPM

Pietro Monti-Guarnieri<sup>a</sup>, Mattia Tarabolo<sup>a</sup>, Edoardo Proserpio<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Università degli Studi dell'Insubria, Dipartimento di Scienza e Alta Tecnologia

Corso di Laurea in Fisica Triennale

Corso di Laboratorio di Fisica I

Docente: prof. dott. Massimo Luigi Maria Caccia

Assistenti di Laboratorio: dott.ssa Samuela Lomazzi, dott. Luca Malinverno, dott. Massimiliano Antonello

---

## Abstract

I *Silicon Photomultiplier* sono tra i più avanzati sistemi esistenti nel campo della rivelazione di singolo fotone: presentano dimensioni e costo contenute, hanno un'elevata sensibilità e sono immuni ai campi magnetici (al contrario di molti altri sensori simili), ma hanno anche un rumore elettronico non trascurabile, dovuto a fenomeni quali il *Dark Count* e l'*Optical Crosstalk*. Mediante la loro quantificazione è possibile caratterizzare tali sensori: in questa relazione presentiamo alcuni metodi utilizzabili a tale scopo, tra cui un conteggio all'oscilloscopio, una *Staircase Analysis* e un'analisi di istogrammi di frequenze, basata su dati raccolti digitalmente. È inoltre possibile studiare l'andamento di alcune grandezze tipiche degli spettri luminosi, all'oscilloscopio o con istogrammi di frequenze, per individuare il *breakdown voltage* del rivelatore e i suoi parametri di assetto ottimale. Infine dimostreremo analiticamente la natura poissoniana delle statistiche sottostanti all'emissione di fotoni da parte della sorgente luminosa utilizzata (LED) e al fenomeno di *Dark Count*.

---

## 1. Introduzione

### 1.1. La rivelazione della radiazione luminosa

L'interazione della radiazione luminosa con la materia e la sua rivelazione sono stati per decenni (e continuano ad essere) problemi centrali della ricerca in Fisica. Di fatti, la capacità di rivelare la presenza di **quantità minime di fotoni** (quando non di fotoni singoli) è fondamentale nello sviluppo di nuove tecnologie con applicazioni in Fisica Medica, Biofisica, Elettronica, Meteorologia, Astrofisica e molti altri campi (M. Caccia, 2018 e Photon Counting Network). I sensori utilizzati a tale fine agiscono in modo da ricevere, in tutto o in parte, l'energia trasportata dalla radiazione, per convertirla in un segnale elettrico, la cui intensità le è quanto più possibile proporzionale. Essi sono detti *fotorivelatori* e tradizionalmente sono costituiti da tubi fotomoltiplicatori (PMT) di varia natura, ovvero da una struttura presentante una camera a vuoto, usualmente in vetro (figura 1) e con un'area attiva di misura di  $10 - 500 \text{ mm}^2$ . In questo modo, i fotoni da rivelare impattano su un catodo e causano l'emissione secondaria di alcuni elettroni, che vengono accelerati da diversi campi elettrici e innescano una produzione a cascata di emissioni secondarie, che termina quando è prodotta una quantità di carica sufficientemente alta da poter essere rivelata in maniera precisa. I vantaggi dei PMT (A. Vilà et al, 2012 e S.

Bassi, 2008) sono numerosi: hanno una buona sensibilità, sono molto stabili e hanno un rumore elettronico caratteristico relativamente basso. Tuttavia, hanno un **consumo** molto elevato (richiedono una fornitura media di  $1000 \text{ V}$  per funzionare) e sono caratterizzati da una bassa efficienza quantica (25% circa - rappresenta la probabilità che un fotone incidente generi una coppia elettrone-lacuna, in grado di avviare il processo di rivelazione). Sono inoltre ingombranti, fisicamente fragili, e significativamente influenzabili da campi magnetici esterni, il che impone numerosi vincoli nella strutturazione di un setup sperimentale. Con la diffusione del silicio in campo fisico, è stato possibile sviluppare sensori alternativi, a stato solido e basati su semiconduttori, a costi e dimensioni decisamente ridotti, con minore tensione di alimentazione, maggiore efficienza quantica e nessuna sensibilità a campi magnetici esterni (S. Bassi, 2008 e V. Arosio et al, 2016). Tali sensori sono detti usualmente *fetodiodi*.

Esistono essenzialmente due classi di fetodiodi: la differenza sta nel fatto che la prima, di rivelatori "convenzionali", non prevede guadagni interni di corrente e dunque converte direttamente i fotoni in coppie elettrone-lacuna, che vengono registrate in ADC, mentre la seconda, degli *Avalanche Photodiode* (detti APD), prevede un sistema di amplificazione "a valanga", simile per funzionamento a quello illustrato per il PMT. Di quest'ultimo gruppo fanno parte i rivelatori SPAD (*Single-Photon Avalanche Diodes*), sviluppati nei primi anni del 2000 dal gruppo di ricerca di S. Cova, allora professore presso il Politecnico di Milano (S. Cova et al, 2004).

---

Email addresses: pmontiguarnieri@studenti.uninsubria.it (Pietro Monti-Guarnieri), mtarabolo@studenti.uninsubria.it (Mattia Tarabolo), eproserpio@studenti.uninsubria.it (Edoardo Proserpio)

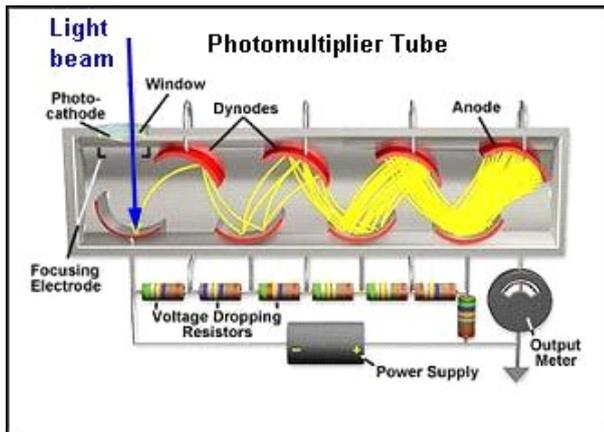


Figura 1: Schema di un tubo fotomoltiplicatore (PMT)

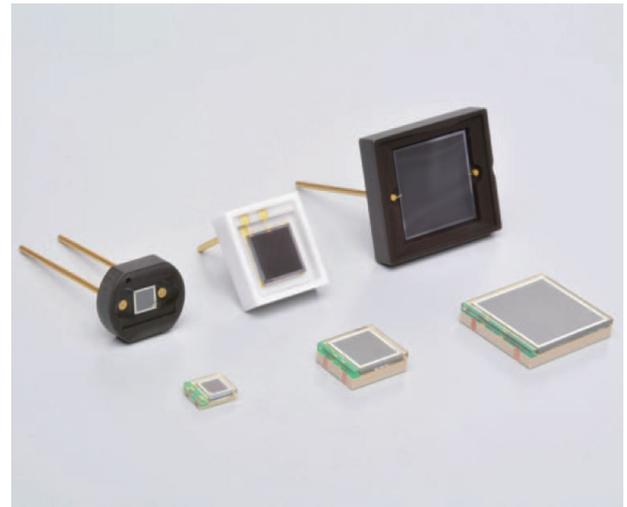


Figura 2: Fotografia di alcuni rivelatori SiPM, commercializzati dalla Hamamatsu (serie S13360).

### 1.2. Il Silicon Photomultiplier

Poco tempo dopo lo sviluppo degli SPAD si arrivò dunque alla creazione dei *Fotomoltiplicatori al Silicio* (d'ora in poi SiPM), ovvero array bidimensionali formati da molti, piccoli fotodiodi a valanga (usualmente SPAD) **posati** su una matrice di silicio, tali per cui la dimensione complessiva dell'area di rivelazione varia tra i  $40 \times 40$  e i  $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ . Ogni fotodiodo lavora in modalità "Geiger", altresì il processo di innesco della valanga è molto rapido (la durata è dell'ordine di qualche centinaio di *ps*) e genera una corrente in uscita nell'ordine del  $\mu\text{A}$ . Come tutti i diodi, il regime di alimentazione è superiore di pochi Volt al *breakdown voltage*, ovvero al valore di tensione per cui non è percepita alcuna differenza tra segnali corrispondenti alla rivelazione di un numero diverso di fotoni. Per come è progettato il SiPM (S. Bassi, 2008), ogni cella funziona come un sistema binario che viene attivato dal **passaggio** del fotone: pertanto, il segnale complessivo in uscita è dato dalla somma di uguali cariche, ciascuna delle quali è generata da una cella e segnala la ricezione di un fotone. In linea teorica, dunque, il SiPM dovrebbe restituire esclusivamente segnali elettrici che sono multipli interi di un valore fondamentale (rivelazione di singolo fotone); tuttavia, essendo un dispositivo elettronico, esso non è esente dal rumore e anzi le sue prestazioni sono misurate sia in termini di intensità di quest'ultimo sia di efficienza di rivelazione. In generale, il rumore è direttamente proporzionale alla temperatura cui si trova il sensore (M. Ramilli, 2008) e al voltaggio con cui esso lavora: anche per questo, non ha alcun senso lavorare con amplificazione superiore al *breakdown* di più di 10–15V (infatti, andando oltre, il rumore sarebbe amplificato così tanto da oscurare il segnale).

Il maggior contributo di rumore è dovuto all'effetto di **Dark Count**, ovvero all'attivazione di un fotodiodo non per effetto fotoelettrico ma per effetto termoelettrico o per altri effetti di natura statistica. Ciò porta alla generazione di carica e dunque alla rivelazione apparente di un fotone, che però non è mai arrivato: il falso segnale non è distinguibile da un impulso vero. Come stima di questo fenomeno, si definisce il *Dark Count Rate*, ovvero il numero di im-

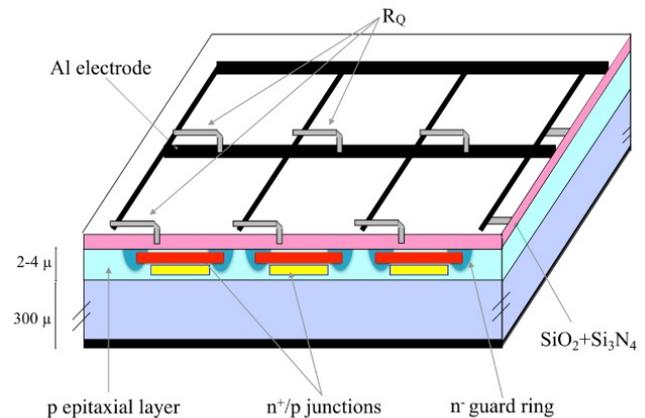


Figura 3: Sezione schematizzata di un rivelatore SiPM.

pulsi rivelati per unità di tempo; per valutarlo in maniera esatta, occorre procedere con alcune misure, mantenendo il sensore in assenza di luce. È importante notare che questo effetto è uno dei più sensibili alla temperatura del sensore: oggi è possibile dimezzare il DCR con un abbassamento di  $8^\circ\text{C}$  (M. Caccia, 2018). Un secondo effetto notevole, che si sovrappone al primo, è dato dall'**After Pulse**, ovvero dall'eventualità che un portatore di carica, durante la valanga, rimanga intrappolato in un'impurità della matrice silicea e sia rilasciato dopo un certo intervallo di tempo, in modo da produrre corrente pur senza avere un effettivo arrivo di fotone. Un terzo effetto collaterale della produzione della valanga di elettroni è dato dalla possibilità che questa ha di produrre nuovi fotoni (il che è riconducibile a diversi fenomeni, come spiegato da S. Bassi, 2008). Questi ultimi possono propagare fino a un fotodiodo adiacente, andando così ad innescare una nuova valanga: come risultato finale si conteranno dunque due fotoni, a monte di uno solo arrivato al SiPM; il nome di

questo effetto è **Optical Crosstalk** e anche in questo caso non è possibile distinguere il segnale originale da quello di rumore. Un caso particolare di Optical Crosstalk è dato dall'eventualità che un fotone, generato durante la valanga, inneschi l'emissione di un fotoelettrone, il quale rimane intrappolato nella matrice e poi viene accelerato dai campi elettrici, andando così a innescare una seconda valanga (T. Schweizer, 2012). Questo effetto prende il nome di **Delayed Crosstalk**. Sommati assieme, questi fenomeni possono alterare anche significativamente il segnale complessivo e dunque la loro determinazione è di fondamentale importanza, nel protocollo di caratterizzazione di questi rivelatori.

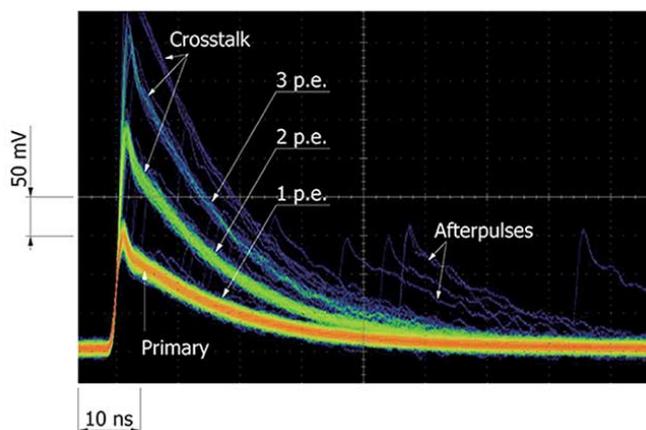


Figura 4: Esempio di segnale, rappresentato all'oscilloscopio e proveniente da un SiPM non illuminato. Il primo picco sulla sinistra, dal basso (in arancione), rappresenta la valanga innescata dal Dark Count, mentre gli altri due indicano quelle casate dall'Optical Crosstalk. I picchi secondari, sulla destra, sono invece generati dall'After Pulse

## 2. Setup sperimentale e obiettivi

Il setup sperimentale (schematizzato in figura 5) è costituito da un SiPM prodotto dalla Hamamatsu Photonics SpA, modello S13360-1350CS (passo dei pixel di  $50 \mu m$  e area fotosensibile complessiva di  $1.3 \times 1.3 mm^2$ , per un totale di 667 fotodiodi collegati), collegato al Silicon PhotoMultiplier Educational Photon Kit SP5600E prodotto dalla Caen SpA. Questo contiene la seguente strumentazione:

- Una *Power Supply & Amplification Unit* SP5600 (d'ora in poi PSAU): essa è responsabile di fornire la *bias voltage* al SiPM e amplificare il segnale in uscita fino a 50 dB (nella nostra analisi, l'amplificazione sarà sempre posta a 40 dB). Ha inoltre uno stabilizzatore interno per ridurre le variazioni di temperatura del sensore.
- Un *Desktop Digitizer* DT5720A: è il responsabile della conversione dei segnali elettrici nella forma analizzabile digitalmente dal computer. Il programma di

analisi utilizzato si chiama *SiPM Kit Control Software* (d'ora in poi KCS): è fornito contestualmente al Digitizer ed è scritto interamente in LabView.

- Un *LED Driver* SP5601: è una sorgente a LED ultraveloce con lunghezza d'onda dei fotoni emessi di  $405 nm$  (violetto). Essa è in grado di tracciare l'emissione di un fotone, mediante invio al Digitizer, o all'oscilloscopio, di un segnale di "trigger" ed è collegata al SiPM mediante cavi in fibra ottica pura.

Ulteriori dettagli possono essere trovati nelle schede tecniche dei prodotti specifici, reperibili sui [siti](#) delle case di produzione.

A causa di un inconveniente tecnico occorso durante le analisi, sono stati usati due diversi SiPM, entrambi della stessa serie e modello, ma chiaramente caratterizzati da un rumore di intensità differente: d'ora in poi ci riferiremo ad essi come a "SiPM 1" e "SiPM 2". Questo inconveniente, comunque, ci ha permesso di verificare come due rivelatori dello stesso modello possano avere parametri caratteristici estremamente diversi, dovuti a piccole differenze di costruzione (principalmente riconducibili al diverso drogaggio del silicio e alla presenza di impurità). Scopo dell'esperimento, dunque, è caratterizzare i SiPM a nostra disposizione, determinandone il DCR, la probabilità di Optical Crosstalk, il voltaggio di breakdown e i parametri ottimali di funzionamento per l'analisi con istogrammi di frequenza (voltaggio e gate di integrazione). Proveremo inoltre a dimostrare che l'emissione spontanea di luce, tipica dei LED monocromatici, segue una statistica poissoniana e così anche il fenomeno di Dark Count. Non procederemo in questa analisi a valutare gli effetti di After Pulse, in quanto le tecniche richieste sono molto più avanzate e richiederebbero una trattazione apposita. Tutti i metodi utilizzati per valutare Dark Count e Optical Crosstalk prevedono di porre il sensore al buio: in questo modo gli impulsi registrati saranno certamente dovuti a un'accensione **irregolare** delle celle contenenti i fotodiodi; per la restante parte di analisi, invece, utilizzeremo la succitata sorgente a LED. A termine della relazione, faremo inoltre una riflessione (basata su dati sperimentali raccolti con un terzo sensore, detto "SiPM 3") su come la scelta dei parametri di analisi con istogrammi possa influenzare più o meno significativamente i risultati ottenuti.

Mentre descriveremo ogni passo dell'analisi, spiegheremo inoltre come il SiPM raccoglie ed elabora i dati ivi utilizzati. In linea generale, basti sapere che in uscita dal suo circuito viene misurato il potenziale sviluppato dalle valanghe: la forma d'onda registrata è rappresentata su un oscilloscopio o sul KCS e ha un aspetto analogo a quello mostrato in figura 4 (ove l'asse x indica l'istante di ricezione, mentre l'asse y il voltaggio). I metodi utilizzati sono i seguenti:

- **Analisi all'oscilloscopio** (SiPM 1): dopo aver posto il SiPM in assenza di luce, sono registrate  $N = 201$  finestre di segnale di durata  $\tau = 50 \mu s$ . In queste

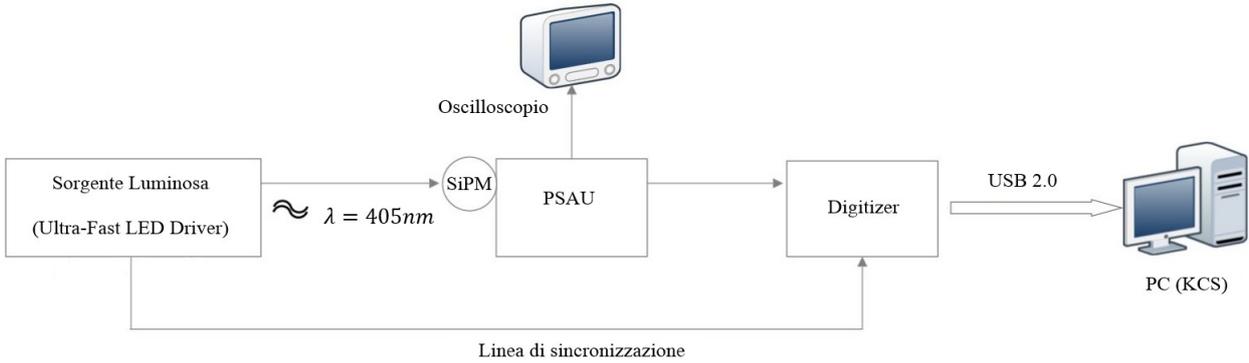


Figura 5: Schema del setup sperimentale: come si nota, oscilloscopio e PC possono funzionare in maniera indipendente.

sono conteggiate manualmente quante celle si sono accese, valutando l'altezza dei segnali ricevuti (infatti, per come è costruito il SiPM,  $n$  celle accese producono un segnale di altezza  $n h_0 V$ , ove  $h_0 V$  è il voltaggio registrato da una singola cella). Per semplicità sono stati usati due cursori orizzontali, uno posto a  $h_0 V$  e l'altro a  $2 h_0 V$ : tutti gli impulsi che non superano la prima threshold sono da considerarsi fluttuazioni causate dal rumore, mentre tutti quelli che la superano danno il Dark Count e quelli che superano anche la seconda (ovvero indicano l'accensione di almeno due celle) danno l'Optical Crosstalk Count. Il rapporto tra il numero medio di impulsi di Dark Count per finestra e  $\tau$  è il DCR, mentre il rapporto tra Optical Crosstalk Count e Dark Count corrisponde alla probabilità di Crosstalk.

Sarà possibile verificare che il numero di impulsi conteggiati segue un andamento poissoniano, mediante un test di chi quadrato opportunamente definito: illuminando il sensore con il LED, per ogni bias voltage di analisi, è calcolata all'oscilloscopio la distanza tra i picchi corrispondenti alla rivelazione di uno e due fotoni (detta per brevità *delta peak-to-peak*,  $dpp$ ): dal fit lineare di  $dpp(V)$  si ottiene il breakdown voltage (per definizione, esso ha  $x = V = -\frac{q}{m}$  e  $y = dpp = 0$ )

- **Staircase Analysis** (SiPM 1 e 2): la misura precedente viene ripetuta, ma in maniera automatizzata e sfruttando le potenzialità del KCS. Il computer procede a far variare la threshold di cui sopra, con intervallo e passo regolabili in base alla necessità: per ogni valore fissato, registra gli impulsi in uscita dal SiPM in un intervallo di tempo  $\tau$  e conta quanti la eccedono (abbiamo usato  $\tau = 25 ms$  o  $\tau = 30 ms$ , in base alle occorrenze). Dopo aver ripetuto il processo  $N = 20$  volte, riporta la media di conteggi in funzione della threshold: si ottiene un grafico "a scala", in cui idealmente vi dovrebbero essere dei plateau orizzontali e si dovrebbe passare da uno all'altro in

maniera istantanea, nel momento in cui la threshold supera l'altezza del segnale di rivelazione di  $n$  fotoni. In realtà, dato che ogni segnale è soggetto a rumore elettronico, il passaggio da un plateau all'altro non è immediato (infatti anche due segnali di rivelazione dello stesso numero di fotoni possono avere altezze leggermente differenti). Per questo, dalla derivata del numero di conteggi in funzione della threshold, è valutata la componente di rumore gaussiano che deforma il salto e sono così individuati gli estremi del plateau. L'altezza del primo darà dunque il valore del DCR mentre il rapporto tra l'altezza del secondo e quella del primo darà la probabilità di Crosstalk.

Nella sezione 4 riporteremo risultati e grafici ottenuti durante l'analisi condotta sul SiPM 1, mentre per SiPM 2 indicheremo solo DCR e probabilità di Crosstalk, per compararli con quelli dedotti mediante analisi di istogrammi.

- **Analisi di istogrammi** (SiPM 2): la forma d'onda ricevuta dal SiPM viene campionata in ADC (ovvero viene convertita in valori in 12 bit). Lo zero delle ordinate (in ADC) viene fissato sulla base orizzontale che precede i picchi (*baseline*), calcolata come media di un numero arbitrario di valori che non eccedono una certa threshold (per noi, la media è fatta su 2048 punti con threshold a 25 mV), ovvero come media sul rumore. Nella fase di elaborazione, il KCS provvede a sottrarre la baseline dal segnale ricevuto, in modo da portare circa a 0 il rumore, per poi integrare la forma d'onda secondo estremi fissati dall'utente (l'estremo sinistro di integrazione è fissato in modo automatico dal KCS, utilizzando il punto di trigger segnalato dal LED). L'integrale così ottenuto è proporzionale, per la prima legge di Ohm considerata in presenza di una resistenza costante, alla carica sviluppata dal rivelatore: viene fatto un istogramma di frequenze degli integrali ottenuti, che è mostrato a schermo e può essere analizzato separatamente. Per come è costruito, questo istogramma è costitui-

to dalla somma di più gaussiane, ciascuna delle quali ha media coincidente alla rivelazione di  $n = 0, 1, \dots$  fotoni; se il sensore è tenuto al buio, solo i primi due picchi saranno apprezzabili, mentre se è esposto al LED anche quelli successivi lo saranno (anche se saranno coperti parzialmente dal rumore elettronico). Si procede, inizialmente, con il sensore al buio e si registrano istogrammi di frequenze come sopra indicato, normalizzandoli con il numero totale di eventi disponibili. In questo modo si ottiene direttamente l'andamento della probabilità di rivelare ogni valore di ADC rappresentato: l'area totale della gaussiana con picco in 0 ("nessun fotone rivelato"), calcolabile analiticamente, permette di dedurre il DCR, nota la dimensione di ogni bin dell'istogramma e il tempo totale di misura. Ripetendo il medesimo procedimento, ma illuminando il sensore e variando il tempo di integrazione, si otterranno grafici contenenti un maggior numero di gaussiane: dal loro fit è possibile determinare nuovamente la dpp (questa volta espressa in ADC) e, da questa, calcolare la risoluzione del sensore, ovvero una stima della sua capacità di "separare le gaussiane" mantenendone minime le deviazioni standard. Questo procedimento è volto a individuare il *best gate*, ovvero il parametro di integrazione temporale che permette di massimizzare la dpp e la risoluzione; una volta fatto, si ripete la misura utilizzando tale gate e variando il bias voltage, per poter studiare la variazione della dpp e della risoluzione. Questo metodo, detto usualmente *scanning voltage*, permette di dedurre nuovamente il breakdown voltage, e l'*optimal voltage*, ovvero il miglior bias di funzionamento.

- **Considerazioni finali** (SiPM 3): si ripete l'operazione di scanning gate del punto precedente, fissando la baseline come media di 32 punti o 2048. Dopo aver nuovamente individuato il best gate (in linea teorica, lo stesso), si valuta l'andamento della risoluzione delle gaussiane in funzione del gate, utilizzando diverse formule di calcolo. È poi possibile commentare come variano le deviazioni standard delle prime due gaussiane e la loro differenza in quadratura, nei due casi esaminati.

Nella sezione 4 riporteremo i risultati numerici ottenuti, oltre che i voltaggi e le temperature corrispondenti. Nella prossima, invece, mostreremo in breve le formule ed equazioni utilizzate.

### 3. Modelli matematici utilizzati

#### 3.1. Analisi all'oscilloscopio

Sia  $N$  il numero di finestre registrate e siano  $\{DC_i\}$  gli impulsi che hanno superato la threshold fissata ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), con  $\langle DC \rangle$  la loro media; sia inoltre  $\tau$  il tempo

di osservazione. Allora, per definizione, si ha:

$$DCR = \frac{\langle DC \rangle}{\tau} = \frac{\sum_{i=1}^N DC_i}{\tau N} \quad (1)$$

Per propagazione degli errori si ha:

$$\sigma_{DCR} = \frac{\sigma_{\langle DC \rangle}}{\tau} = \frac{\sigma_{DC}}{\tau \sqrt{N}} \quad (2)$$

ove  $\sigma_{DC}$  può sia essere interpretato come deviazione standard del set di conteggi, sia come  $\sqrt{\langle DC \rangle}$ , per via della natura poissoniana del fenomeno di Dark Count. Poiché in questa fase dell'analisi non si è ancora verificata l'ultima affermazione, inizialmente sarà riportato l'errore calcolato nel primo modo, mentre più avanti sarà confrontato col secondo; i due metodi dovrebbero produrre valori statisticamente compatibili.

Siano poi  $\{XT_i\}$  gli impulsi che superano il doppio della threshold iniziale ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), altresì quelli riferibili all'evento di Optical Crosstalk (la cui probabilità è indicata come  $XTP$ ). Per definizione si ha:

$$XTP = \frac{\sum_{i=1}^N XT_i}{\sum_{i=1}^N DC_i} \equiv \frac{\langle XT \rangle}{\langle DC \rangle} \quad (3)$$

Per propagazione degli errori si ha:

$$\sigma_{XTP} = \frac{1}{\langle DC \rangle} \sqrt{\sigma_{\langle XT \rangle}^2 + XTP^2 \sigma_{\langle DC \rangle}^2} \quad (4)$$

Come sopra,  $\sigma_{\langle XT \rangle} = \frac{\sigma_{XT}}{\sqrt{N}}$ , per  $\sigma_{XT}$  calcolabile sia come deviazione standard del numero di Crosstalk conteggiati, sia come  $\sqrt{\langle XT \rangle}$ . Nell'ipotesi di poissonianità la (4) si semplifica:

$$\sigma_{XTP} = \sqrt{\frac{XTP}{N \langle DC \rangle} (1 + XTP)} \quad (5)$$

Per la verifica della natura poissoniana del fenomeno di Dark Count abbiamo fatto un istogramma di frequenze dei conteggi e lo abbiamo confrontato con una distribuzione di Poisson  $\mathcal{P}(\mu)$  avente  $\mu = \langle DC \rangle$ , con dominio limitato a  $n \in [0, 11] \subset \mathbb{N}$ . Il chi quadrato che permette di stimare l'ipotesi è definito come:

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^{11} \left( \frac{x_i - x_{th}}{\sigma_i} \right)^2 \quad (6)$$

laddove  $\{x_i\}$  rappresenta la distribuzione sperimentalmente ricavata, mentre  $\{x_{th_i}\}$  la poissoniana di test e  $\{\sigma_i\}$  sono gli errori associati al contenuto di ogni colonna, come da distribuzione binomiale:

$$\sigma_i = \sqrt{\eta p_i (1 - p_i)} \quad (7)$$

per  $\eta$  numero totale di dati ripartiti nell'istogramma e  $p_i$  rapporto tra i dati contenuti nella singola colonna e dati totali. Definendo *dfe* come numero di gradi di libertà

del sistema ( $dfe = n - P$ , per  $n = 12$  numero di punti disponibili nella distribuzione sotto test e  $P = 1$  numero di parametri che la stessa vincola), si può calcolare il chi quadrato normalizzato:

$$\bar{\chi}^2 = \frac{\chi^2}{dfe} \quad (8)$$

Per come è definito, il chi quadrato normalizzato di una distribuzione sotto test deve tendere a 1 per indicare compatibilità statistica (John R. Taylor, 2000).

Per l'individuazione del breakdown voltage si procede rappresentando la dpp in funzione del voltaggio: il fit lineare è eseguito con le formule analitiche esatte riportate in W. H. Press et al, 1992 - capitolo 15.2, *Fitting Data to a Straight Line*. Abbiamo attinto a questa fonte e non all'usuale John R. Taylor, 2000 in quanto nelle *Numerical Recipes in C* è anche riportata la covarianza dei parametri  $m$  e  $q$  dell'equazione di fit  $y = mx + q$ . Infatti, posto che il breakdown voltage si trovi alle coordinate  $(-\frac{q}{m}, 0)$ , l'incertezza su  $x_{BDV}$  è ottenibile per propagazione degli errori (con covarianza):

$$\sigma_{BDV} = \sqrt{\frac{1}{m^2}\sigma_q^2 + \frac{q^2}{m^4}\sigma_m^2 - \frac{2q}{m^3}\sigma_{mq}} \quad (9)$$

per  $\sigma_m$  e  $\sigma_q$  incertezze sui parametri di fit e  $\sigma_{mq}$  loro covarianza.

### 3.2. Staircase Analysis

Siano  $\{x_i\}$  l'insieme di punti appartenenti al primo plateau ( $i = 1, 2, \dots, n_i$ ) e  $\{y_j\}$  l'insieme degli appartenenti al secondo ( $j = 1, 2, \dots, n_j$ ). Ricordiamo che  $\forall i$  si ha:

$$x_i = \frac{\langle \alpha \rangle}{\tau} \quad (10)$$

ove  $\{\alpha_k\}$  sono gli impulsi che eccedono la threshold fissata,  $k = 1, 2, \dots, n_k$  è il numero di ripetizioni della misura di  $x_i$  e  $\tau$  è il tempo di conteggio. L'incertezza associata a ogni  $x_i$  risulta dunque essere:

$$\sigma_{x_i} = \frac{\sigma_\alpha}{\tau\sqrt{n_k}} \quad (11)$$

Per la natura poissoniana del fenomeno di Dark Count, si ha  $\sigma_\alpha = \sqrt{\langle \alpha \rangle}$  e dunque si ottiene:

$$\sigma_{x_i} = \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{\langle \alpha \rangle}{n_k}} = \sqrt{\frac{\langle \alpha \rangle}{\tau^2 n_k}} = \sqrt{\frac{x_i}{\tau n_k}} \quad (12)$$

Pertanto, si può calcolare il DCR come media ponderata di  $\{x_i\}$ , adottando come pesi, come usuale,  $\omega_i = \sigma_{x_i}^{-2}$ . L'errore sul DCR è dunque calcolabile come errore di media pesata (John R. Taylor, 2000):

$$\sigma_{DCR} = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n_k} \omega_i}} \quad (13)$$

In maniera del tutto analoga è possibile calcolare gli errori associati a  $\{y_j\}$ . La probabilità di Crosstalk si calcola come:

$$XTP = \frac{\langle y_j \rangle}{\langle x_i \rangle} \quad (14)$$

ove chiaramente  $\langle x_i \rangle \equiv DCR$  e per  $\langle y_j \rangle$  si intende la media ponderata di  $\{y_j\}$ , calcolata con lo stesso metodo sopra indicato. Calcolando l'errore su  $\langle y_j \rangle$  come errore di media pesata, noto l'errore sul DCR, è possibile calcolare l'errore su XTP come già riportato nella (4). Per determinare dove finisce il primo plateau (che inizia in 0) e dove inizi e termini il secondo, abbiamo sfruttato la natura gaussiana del rumore presente nel salto tra i due: calcolando la derivata della Staircase, abbiamo individuato un grafico contenente valori 0 in corrispondenza dei plateau e curve gaussiane in corrispondenza dei salti. Abbiamo dunque fittato la prima secondo equazione standard:

$$y = a \exp\left(-\frac{(x-b)^2}{2c^2}\right) \quad (15)$$

Siano dunque  $b_1$  la sua media e  $\sigma_1$  la sua deviazione standard. In teoria, dovrebbe essere possibile fittare una seconda gaussiana di media  $b_2 = 2b_1$  e deviazione standard  $\sigma_2 = \sigma_1$ ; tuttavia, le frequenze rappresentate nella Staircase, all'aumentare della threshold, risentono più fortemente degli effetti di rumore e ciò impedisce l'esecuzione corretta del fit (al punto che, dopo il secondo plateau, vi è una discesa quasi lineare). Pertanto abbiamo individuato il primo plateau come  $[0, b_1 - 1.96\sigma_1]$  e il secondo come  $[b_1 + 1.96\sigma_1, b_1 + 3.92\sigma_1]$  (ci si aspetta infatti  $[0, b_1 - 1.96\sigma_1]$  e  $[b_1 + 1.96\sigma_1, b_2 - 1.96\sigma_2]$ , con  $b_2 = 2b_1$  e  $\sigma_2 = 2\sigma_1$ ). La scelta di usare  $1.96\sigma$  è dovuta alla possibilità che essa ci dà di escludere il rumore con un confidence level del 95%.

### 3.3. Analisi di istogrammi in assenza di luce

Sia  $\{x_i\}$  l'insieme di valori rappresentati nell'istogramma di frequenze registrato dal digitizer, sia  $N$  la loro somma e sia  $\{p_i\} = \left\{\frac{x_i}{N}\right\}$  l'insieme delle probabilità associate alla rivelazione dei dati  $\{x_i\}$ . La probabilità di non conteggiare fotoni durante l'analisi  $P(0)$ , da cui si dedurrà il DCR, è calcolabile come rapporto tra l'integrale della gaussiana con picco in 0 e la dimensione di ogni bin (quest'operazione è dovuta a come il KCS costruisce e salva l'istogramma). Sia  $\{\sigma_i\}$  l'insieme degli errori associati a  $\{p_i\}$ , determinabile, come già visto, dalla distribuzione binomiale:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{p_i(1-p_i)}{N}} \quad (16)$$

Fittando la gaussiana con picco in 0 dal set  $\{p_i\}$ , con equazione data dalla (15), si ottiene una curva  $G(p)$  di altezza  $a$  e deviazione standard  $c$ . In tal caso, il suo integrale segue la formula:

$$S = \int_{-\infty}^{+\infty} G(p) dp = a c \sqrt{2\pi} \quad (17)$$

E pertanto si ha:

$$P(0) = \frac{S}{binsize} = \frac{ac\sqrt{2\pi}}{binsize} \quad (18)$$

Dalla distribuzione di Poisson è noto  $P(0) = e^{-\tau DCR}$  per  $\tau$  tempo di misura. Si conclude:

$$DCR = -\frac{\log P(0)}{\tau} = -\frac{\log(ac\sqrt{2\pi}binsize^{-1})}{\tau} \quad (19)$$

Per propagazione degli errori sulle variabili  $a$  e  $c$  (le cui incertezze sono note dall'algoritmo di fit) si ottiene:

$$\sigma_{DCR} = \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2}} \quad (20)$$

Effettivamente per una valutazione di  $\sigma_{DCR}$  teoricamente corretta si dovrebbe valutare anche l'eventuale covarianza esistente tra i parametri  $a$  e  $c$ . Abbiamo scelto di non utilizzarla poiché l'unica funzione in **Matlab** capace di stimare  $\sigma_{ac}$  sarebbe **nlinfit**, invece dell'usuale **fit**: dalla sua applicazione abbiamo ottenuto valori di DCR o negativi o approssimativamente uguali a quelli ottenibili con **fit** (e con incertezze complessive dello stesso ordine), rendendo dunque inutile lo sforzo. Se comunque si intendesse procedere con questo metodo, la (20) andrebbe corretta:

$$\sigma_{DCR} = \frac{1}{\tau} \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2} + \frac{\sigma_{ac}}{ac}} \quad (21)$$

### 3.4. Analisi di istogrammi in presenza di luce

Siano  $\{x_i\}$  l'insieme di valori rappresentati nell'istogramma di frequenze registrato dal digitizer e siano  $\{\sigma_i\}$  le rispettive incertezze, calcolate come nella sezione precedente. In ogni istogramma studiato (sia di scanning gate sia di scanning voltage) sono rappresentate curve composte da circa 7-8 gaussiane a grafico. L'equazione di fit utilizzata è stata dunque:

$$y = \sum_{j=1}^N a_j \exp\left(-\frac{(x-b_j)^2}{2c_j^2}\right) \quad (22)$$

In teoria  $N$  dovrebbe essere sempre uguale a 7 o 8 ma in pratica le gaussiane dalla terza in poi risultano "sporcate" dagli effetti di rumore e quindi, per garantire la massima accuratezza, abbiamo preferito porre  $N = 2$  ed escludere dal fit tutti i dati inutili. Ciò ha comunque permesso di portare a termine l'analisi correttamente, in quanto i parametri di nostro interesse sono state solamente le medie  $b_0, b_1$  e le deviazioni standard  $c_0, c_1$ . La delta peak-to-peak, infatti, si calcola come  $dpp = |b_1 - b_0|$ , mentre la risoluzione, nell'analisi di scanning gate, segue la formula:

$$\mathcal{R} = \frac{dpp}{c_0} \quad (23)$$

Questa formula è dovuta al fatto che l'aumento del tempo di integrazione causa un aumento sia della dpp, in quanto

le gaussiane si ingrandiscono e separano, sia della deviazione standard della curva con picco in zero (infatti a un certo punto si aggiungerà all'integrale esclusivamente rumore e non segnale, il che va a ingrossare la curva centrata in 0). L'errore associato a  $\mathcal{R}$ , per propagazione degli errori, risulta essere:

$$\sigma_{\mathcal{R}} = \frac{1}{c_0} \sqrt{\sigma_{b_0}^2 + \sigma_{b_1}^2 + \mathcal{R}^2 \sigma_{c_0}^2} \quad (24)$$

Nell'individuazione del best gate si deve tener conto della seguente relazione, che lo lega al tempo di integrazione:

$$\begin{aligned} dpp(gate) &= \int_0^{gate} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) dt \\ &= \tau \left(1 - \exp\left(-\frac{gate}{\tau}\right)\right) \end{aligned} \quad (25)$$

ove  $\tau$  è un parametro temporale relativo alla scarica dei fotodiodi di cui il SiPM è composto e, in particolare, il best gate risulta essere  $0.95\tau$ . Osserviamo che l'equazione di fit utilizzata dall'algoritmo di **Matlab**, in realtà, assume la forma:

$$dpp(gate) = \alpha(1 - \exp(-\beta gate)) \quad (26)$$

per  $\alpha, \beta$  parametri liberi. Questa formulazione non differisce dalla (25), ma è più facile da gestire algebricamente. In tal caso si osserva  $\tau \equiv \alpha$  e si individua il best gate come il valore che realizza la condizione  $dpp = 0.95\alpha$ . Con pochi passaggi algebrici si ottiene:

$$best\ gate = -\frac{\log 0.05}{\beta} \quad (27)$$

Questo ci permette di individuare l'incertezza sul valore di best gate, semplicemente conoscendo quella su  $\beta$  (nota dall'algoritmo di fit). Per propagazione degli errori, infatti, si ha:

$$\sigma_{gate} = \left| \frac{1}{\beta^2} \log 0.05 \right| \sigma_{\beta} \quad (28)$$

Il valore di gate ottenuto può essere ratificato controllando la variazione di  $\mathcal{R}$  in funzione del voltaggio: ci si aspetta che il grafico risultante abbia un massimo assoluto nel punto corrispondente al best gate.

Una volta terminata questa fase, si procede con lo scanning voltage: il breakdown voltage si individua con un fit lineare su  $dpp(V)$ , con procedura già illustrata, mentre il best voltage è determinabile come punto di massimo assoluto della curva  $\mathcal{R}(V)$ , che ha un andamento inizialmente crescente e poi decrescente. Tuttavia, nel calcolo della risoluzione è necessario apportare una modifica alla (24), poiché si deve tenere conto che, all'aumentare del voltaggio, tutte le gaussiane tendono ad ingrandirsi e non solamente quella con picco in 0. In questo caso si avrà:

$$\mathcal{R} = \frac{dpp}{\sqrt{c_1^2 - c_0^2}} \quad (29)$$

E per propagazione degli errori:

$$\sigma_{\mathcal{R}} = \frac{1}{\sqrt{c_1^2 - c_0^2}} \sqrt{\sigma_{b_0}^2 + \sigma_{b_1}^2 + \left(\frac{b_1 - b_0}{c_1^2 - c_0^2}\right)^2 (c_0^2 \sigma_{c_0}^2 + c_1^2 \sigma_{c_1}^2)} \quad (30)$$

Altresì, ricordando le definizioni di dpp e  $\mathcal{R}$ :

$$\sigma_{\mathcal{R}} = \mathcal{R} \sqrt{\frac{\sigma_{b_0}^2 + \sigma_{b_1}^2}{dpp^2} + \frac{c_0^2 \sigma_{c_0}^2 + c_1^2 \sigma_{c_1}^2}{(c_1^2 - c_0^2)^2}} \quad (31)$$

È possibile che  $R(V)$  abbia un plateau in corrispondenza di dove dovrebbe essere il massimo: ciò può accadere se si è scelto un intervallo di voltaggi abbastanza ristretto da non mostrare evidenti variazioni della risoluzione. In tal caso è più conveniente definire un range di valori di voltaggio ottimale, scegliendo quelli con risoluzione maggiore; si tenga conto che questo è solo uno dei differenti metodi di individuazione del voltaggio ottimale.

È infine possibile verificare la natura poissoniana della luce emessa dal LED registrando un istogramma di frequenze come quello indicato nella sezione 3.3, ma mantenendo il sensore illuminato per un tempo sufficiente a garantire una buona statistica (indicativamente, abbastanza da poter fittare correttamente le prime quattro o cinque gaussiane). Infatti, dopo aver normalizzato l'istogramma con la somma dei dati, si procede con il calcolo di  $P(0)$  come già descritto e si deduce da esso il valore di  $\mu$ , valore medio della distribuzione Poissoniana di forma:

$$P_{th}(n) = e^{-\mu} \frac{\mu^n}{n!} \quad (32)$$

Si può così eseguire un test di ipotesi standard per il confronto tra la probabilità  $P(n)$  ottenuta dall'integrale della corrispondente gaussiana e la probabilità ottenuta dalla distribuzione (32)  $P_{th}$ :

$$t = \frac{|P_{th} - P(n)|}{\sigma} \quad (33)$$

per  $\sigma$  errore su  $P(n)$  come già individuato nella sezione precedente  $\left(\sigma = P(n) \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{a^2} + \frac{\sigma_c^2}{c^2}}\right)$ . Per avere accordo statistico con confidence level del 95% tra  $P(n)$  e  $P_{th}$  si deve individuare  $t \leq 1.96$ .

### 3.5. Considerazioni finali

Come nella fase precedente, si procede allo scanning gate, per istogrammi presi con baseline a 32 e 2048 punti. In primo luogo bisogna verificare che i valori di best gate individuati nei due casi siano statisticamente compatibili: siano dunque  $g_1$  e  $g_2$  i gate, mentre  $\sigma_{g_1}$  e  $\sigma_{g_2}$  le rispettive incertezze. Si esegue allora un test di ipotesi standard di confronto tra  $g_1$  e  $g_2$  e ci si aspetta di ottenere una distanza in sigma  $t \leq 1.96$  (confidence level per la compatibilità del 95%). Successivamente si evidenziano e commentano l'andamento di  $c_0, c_1, \sqrt{c_1^2 - c_0^2}$  (laddove  $c_0$  e  $c_1$ , come in precedenza, sono le deviazioni standard delle prime due gaussiane del grafico) in funzione del gate. Infine, si calcola la risoluzione del sensore in tre modi differenti:

1. Mediante la (23)
2. Mediante la (29)
3. Utilizzando la (23) ma con a denominatore  $c_1$  invece di  $c_0$ .

Anche in questo si studierà l'andamento di  $\mathcal{R}(gate)$ , per verificare se la baseline influisce sul suo valore e dunque se una delle due condizioni esaminate, almeno per questo tipo di analisi, risulta migliore.

## 4. Raccolta e analisi dei dati

Riportiamo ora i risultati **analitici** che abbiamo ottenuto in ogni fase dell'analisi, discutendone l'importanza e l'accordo, o disaccordo, con i precedenti e con la teoria. Premettiamo che la temperatura riportata per il sensore è la media di due misure (corrispondenti all'inizio e alla fine dell'analisi relativa), arrotondata per difetto alle cifre significative garantite dal termometro integrato nella PSAU, di sensibilità  $0.1^\circ C$ .

### 4.1. Analisi all'oscilloscopio

Nella prima fase di conteggio all'oscilloscopio (SiPM 1) abbiamo utilizzato un bias voltage di  $55.0 V$ , mentre il sensore aveva una temperatura di  $30.1 \pm 0.1^\circ C$  e abbiamo ottenuto:

$$DCR = 92 \pm 3 kHz$$

$$XTP = 2.6 \pm 0.5\%$$

In questo caso l'incertezza riportata sulle due grandezze è calcolata utilizzando la deviazione standard dei set di conteggi, mentre con l'ipotesi di poissonianità si otterrebbero incertezze identiche con queste cifre significative.

La verifica della natura poissoniana del Dark Count ha riportato, nelle medesime condizioni di bias voltage e temperatura, un chi quadrato ridotto di 1.30, il che indica un fit di ottima qualità (John R. Taylor, 2000) - lo abbiamo rappresentato nell'immagine 6.

Illuminando il sensore, il breakdown voltage individuato è di  $52.36 \pm 0.02 V$ , laddove la temperatura del sensore era di  $29.9 \pm 0.1^\circ C$  e il fit lineare che ha permesso di ricavarlo è riportato in figura 7.

### 4.2. Staircase Analysis - SiPM 1

L'analisi è stata ripetuta in maniera identica per i bias voltage di  $55.0 V$  e  $57.5 V$ , con il sensore a una temperatura di  $28.2 \pm 0.1^\circ C$ . Nel primo caso abbiamo ottenuto:

$$DCR = 79.5 \pm 0.1 kHz$$

$$XTP = 3.10 \pm 0.04\%$$

Invece, nel secondo abbiamo ottenuto:

$$DCR = 128.9 \pm 0.2 kHz$$

$$XTP = 10.15 \pm 0.06\%$$

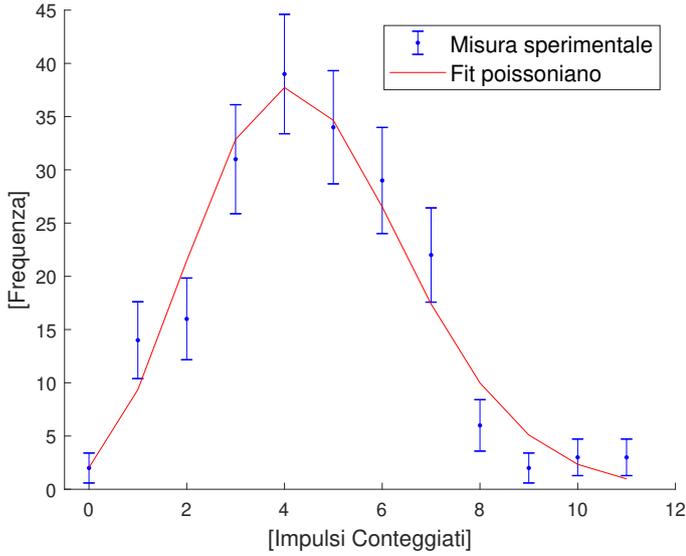


Figura 6: Fit poissoniano dei conteggi di fotoni eseguiti all'oscilloscopio, con il SiPM al buio. Condizioni sperimentali: SiPM 1, bias  $55.0V$  e temperatura  $30.1 \pm 0.1^\circ C$ .

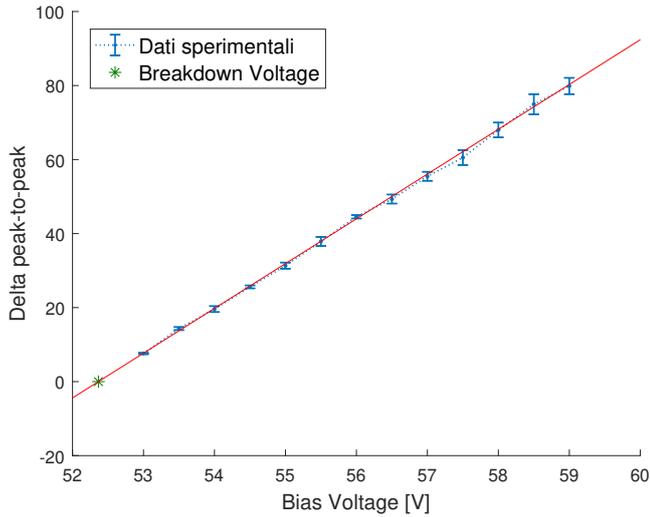


Figura 7: Fit lineare della dpp in funzione del bias voltage. Condizioni sperimentali: SiPM 1 e temperatura  $29.9 \pm 0.1^\circ C$ .

Abbiamo rappresentato le Staircase nelle figure 8-9 (dove sono anche visibili passo e intervallo di threshold scelti), mentre le loro derivate variate di segno (utilizzate per determinare il valore medio gaussiano del rumore di salto tra i plateau, come indicato nella sezione precedente) sono riportate nei grafici 10-11.

A livello statistico e con confidence level del 95%, il DCR così calcolato risulta essere incompatibile con quello ottenuto mediante misura all'oscilloscopio, mentre la XTP è compatibile. Infatti, un test di ipotesi ordinariamente definito dà risultati di  $t = 4.16$  e  $t = 0.99$ , rispettivamente. In effetti l'incompatibilità è presto spiegata dalla differenza di temperatura fra le due analisi ( $1.7^\circ C$ ).

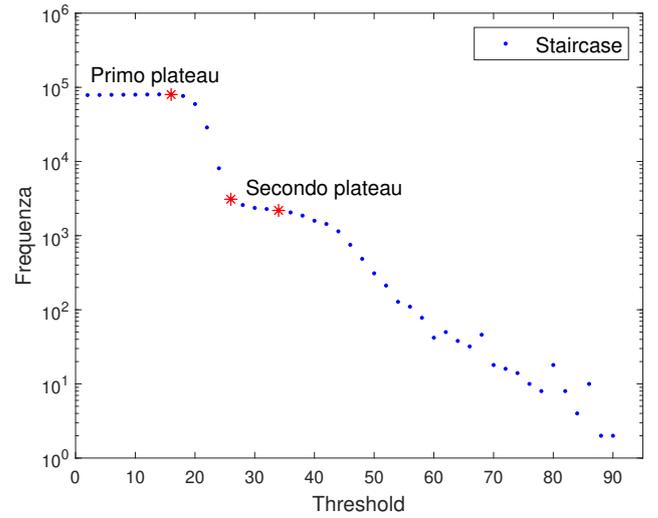


Figura 8: Staircase relativa alla condizione sperimentale SiPM 1, bias  $55.0V$  e temperatura  $28.2 \pm 0.1^\circ C$ .

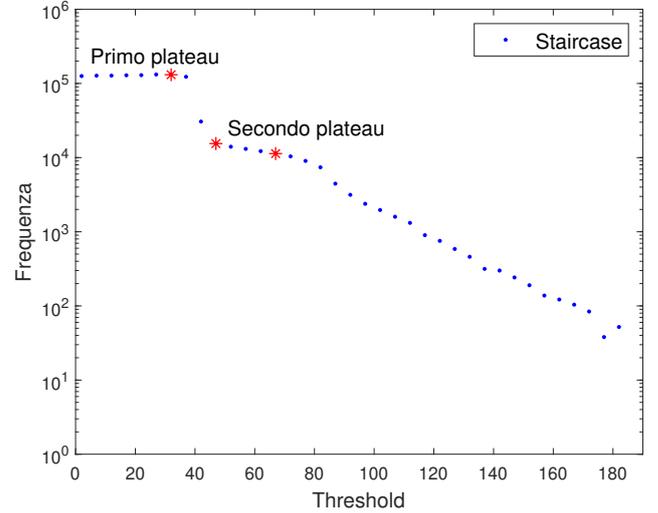


Figura 9: Staircase relativa alla condizione sperimentale SiPM 1, bias  $57.5V$  e temperatura  $28.2 \pm 0.1^\circ C$ .

#### 4.3. Staircase Analysis - SiPM 2

L'analisi è stata ripetuta in maniera identica per i bias voltage di  $55.0V$  e  $57.5V$ , con il sensore a una temperatura di  $28.2 \pm 0.2^\circ C$ . Nel primo caso abbiamo ottenuto:

$$DCR = 250.6 \pm 0.2 kHz$$

$$XTP = 3.00 \pm 0.01\%$$

Invece, nel secondo abbiamo ottenuto:

$$DCR = 470.9 \pm 0.1 kHz$$

$$XTP = 9.72 \pm 0.01\%$$

#### 4.4. Analisi di istogrammi in assenza di luce

L'analisi è stata ripetuta in maniera identica per i bias voltage di  $55.0V$  e  $57.5V$ , con il sensore a una temperatura

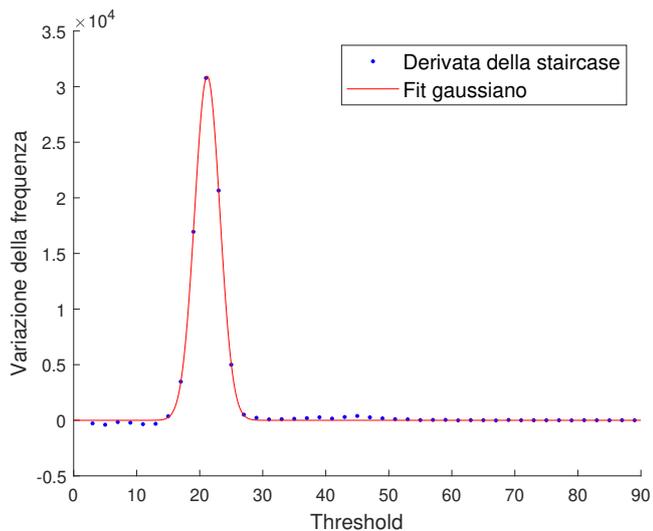


Figura 10: Derivata della Staircase relativa alla condizione sperimentale SiPM 1, bias 55.0 V e temperatura  $28.2 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ , con indicazione della media del rumore gaussiano. Il segno della derivata è stato cambiato per puro effetto grafico.

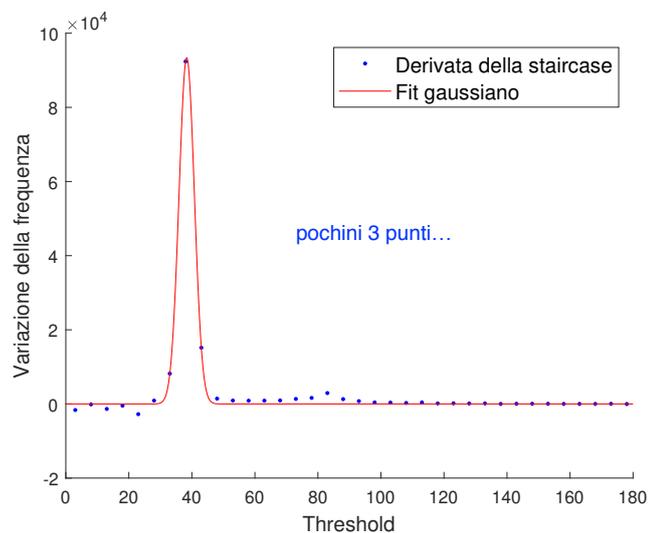


Figura 11: Derivata della Staircase relativa alla condizione sperimentale SiPM 1, bias 57.5 V e temperatura  $28.2 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ , con indicazione della media del rumore gaussiano. Il segno della derivata è stato cambiato per puro effetto grafico.

di  $27.6 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ , un gate temporale di integrazione di  $280 \text{ ns}$  e  $\text{binsize} = 6$ . Nel primo caso abbiamo ottenuto:

$$DCR = 270 \pm 50 \text{ kHz}$$

Mentre nel secondo:

$$DCR = 410 \pm 50 \text{ kHz}$$

Questi risultati sono compatibili con quelli individuati nell'analisi fatta mediante Staircase (rispettivamente  $t = 0.39$  e  $t = 1.22$ , per un test di ipotesi ordinariamente definito) e dunque possono essere accettati come veritieri. Tuttavia, osserviamo che le loro incertezze sono nettamente maggiori

di quelle relative alla Staircase: ciò potrebbe essere legato a come il fit gaussiano della curva con picco in 0 tenda a sottostimarne l'altezza e non è difficile rendersi conto quanto piccole variazioni in quest'ultima causino enormi variazioni nel valore di DCR.

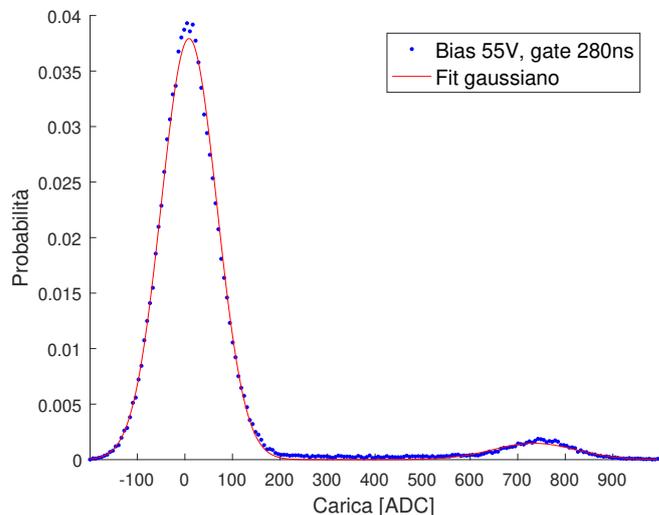


Figura 12: Istogramma di frequenze delle probabilità di ricezione dei segnali, con sensore al buio e nelle condizioni sperimentali: SiPM 2, bias 55.0 V e temperatura  $27.6 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ .

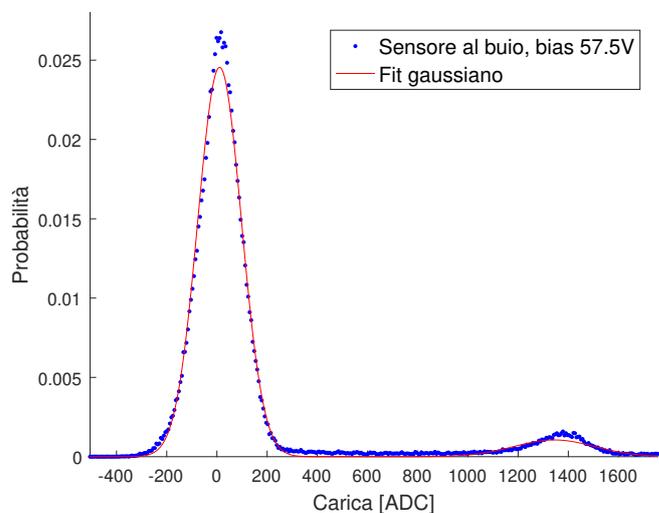


Figura 13: Istogramma di frequenze delle probabilità di ricezione dei segnali, con sensore al buio e nelle condizioni sperimentali: SiPM 2, bias 57.5 V e temperatura  $27.6 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$ .

#### 4.5. Analisi di istogrammi in presenza di luce

La fase di scanning gate è stata condotta con un bias voltage di 55.0 V e con una temperatura del sensore di  $28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$ ; sia nello scanning gate sia nello scanning voltage è stato utilizzato  $\text{binsize} = 6$ . Sono stati esaminati 13 gate possibili, tra  $72 \text{ ns}$  e  $456 \text{ ns}$ ; abbiamo riportato in figura 14 il segnale tipico analizzato, con relativo fit gaussiano delle curve (picchi corrispondenti alla rivelazione

di 0 e 1 fotoni). L'andamento della delta peak-to-peak in funzione del gate è stato riportato in figura 15, insieme al fit eseguito secondo equazione (26): abbiamo così ottenuto un best gate di  $146 \pm 3 \text{ ns}$ . L'andamento della risoluzione in funzione del gate, invece, è in figura 16. L'andamento del grafico è chiaramente monotono decrescente, quindi non si è ottenuto il massimo assoluto che ci si aspettava. Questo può essere dovuto alla massiccia presenza di effetti spuri (After Pulse e Delayed Crosstalk) nel segnale con queste condizioni di temperatura e bias voltage. Questi effetti vanno a riempire le "valli" delle gaussiane, come è possibile vedere in figura 14.

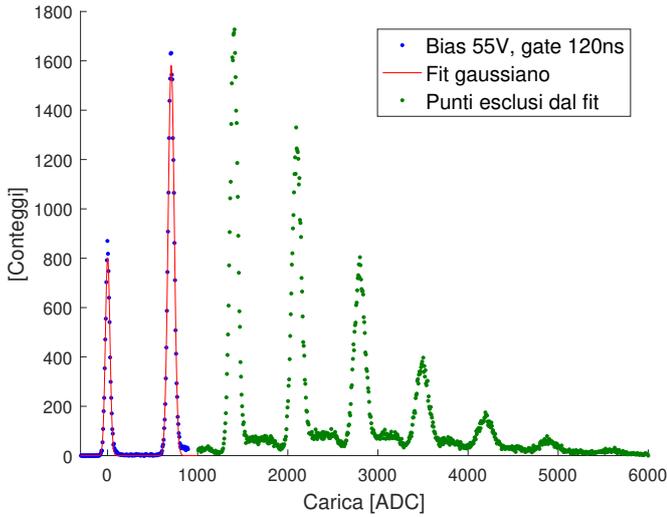


Figura 14: Istogramma di frequenze dei segnali ricevuti in ADC, con sensore illuminato e nelle condizioni sperimentali: SiPM 2, bias  $55.0 \text{ V}$  e temperatura  $28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

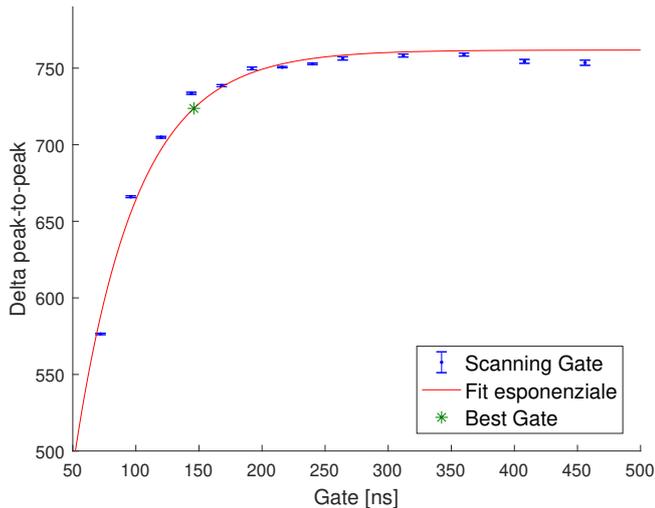


Figura 15: Delta peak-to-peak in funzione della variazione di gate, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 2, bias  $55.0 \text{ V}$  e temperatura  $28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$ . Il best gate è indicato in verde.

Un'altra causa del rumore presente nelle "valli" delle gaussiane potrebbe essere dovuta alle fluttuazioni del rumore elettronico. Calcolando infatti la baseline su un

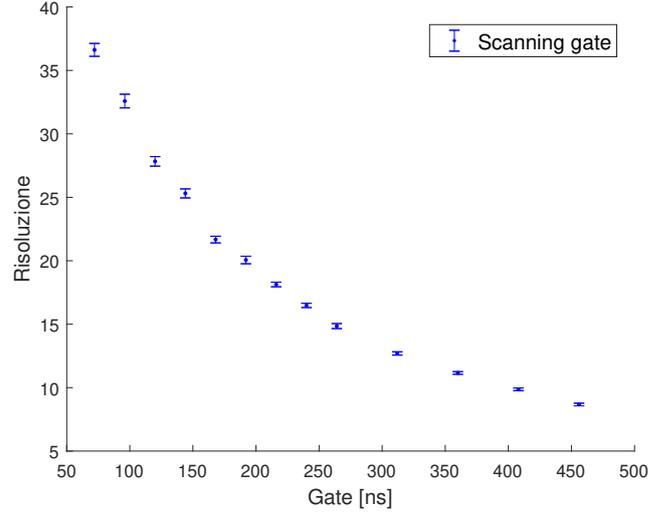


Figura 16: Risoluzione in funzione della variazione di gate, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 2, bias  $55.0 \text{ V}$  e temperatura  $28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

numero molto grande di punti non si coglierebbero le fluttuazioni di quest'ultimo, cosicché si avrebbe un segnale più sporco, che andrebbe ad ingrandire le gaussiane. Calcolando invece la baseline su un numero ristretto di punti ci si proteggerebbe dalle fluttuazioni, avendo così gaussiane molto più strette. Proprio per verificare questa ipotesi abbiamo svolto le analisi riportate nella sezione successiva, su SiPM 3.

L'andamento della delta peak-to-peak in funzione del voltaggio è rappresentato in figura 17, dove è inoltre visibile il breakdown voltage individuato ( $52.151 \pm 0.001 \text{ V}$ ); per le relative misure è stato adottato un gate di  $200 \text{ ns}$ , poiché in laboratorio tale sembrò essere il best gate, mentre la temperatura continuava ad essere  $28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$ . L'andamento della risoluzione in funzione del bias è riportato in figura 18: si può osservare come non sia individuabile un valore ottimale di bias, in quanto i punti oltre  $56.0 \text{ V}$  hanno valori di  $\mathcal{R}$  compatibili fra loro. In questo senso, qualsiasi voltaggio in tale intervallo può essere considerato come un bias valido per ulteriori analisi.

Per la verifica della natura poissoniana del fenomeno di emissione luminosa abbiamo mantenuto il voltaggio a  $55.0 \text{ V}$ , la temperatura a  $28.2 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$  e abbiamo diminuito manualmente la quantità di luce emessa dalla sorgente. Abbiamo ottenuto e fittato le gaussiane con picchi corrispondenti alla rivelazione di  $n = 0, 1, 2$  e  $3$  fotoni e abbiamo eseguito un test di ipotesi come precedentemente indicato (equazione (33)): nella tabella 1 abbiamo riportato i valori ottenuti per il parametro  $t$ , mentre nella figura 19 abbiamo rappresentato il fit gaussiano di partenza. Come si può vedere, sembra esserci compatibilità statistica per tutti i valori, con confidence level del  $99.9999\%$  (corrispondente a una distanza massima, tra valore sotto test e valore teorico, di  $5\sigma$ ); utilizzando l'ordinario confidence level del  $95\%$ , invece, si ha l'esatto contrario. Questo risultato ha senso se si tiene in considerazione che la distribuzione spe-

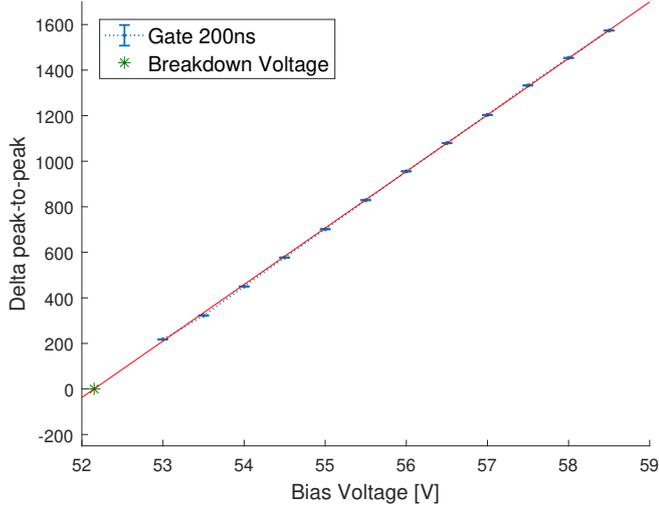


Figura 17: Fit lineare della dpp in funzione del bias voltage. Condizioni sperimentali: SiPM 2 e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ C$ .

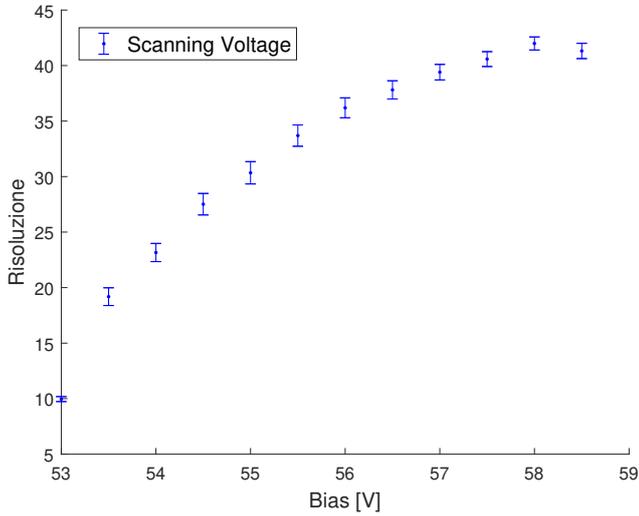


Figura 18: Risoluzione in funzione della variazione di bias, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 2, gate  $200 ns$  e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ C$ . Il best gate è indicato in verde.

rimentale sottoposta a test, specialmente nelle gaussiane con  $n$  maggiore, risente notevolmente degli effetti di rumore che finora abbiamo indagato: pertanto consideriamo accettabili questi valori e possiamo passare alla fase finale dell'analisi.

Numero fotoni rivelati	$t$	Confidence level
1	4.13	> 99%
2	4.99	> 99%
3	2.91	> 99%

Tabella 1: Test di ipotesi di confronto tra la probabilità di ricezione di  $n$  fotoni, calcolata a partire dalla distribuzione di Poisson e dai dati raccolti in un istogramma di frequenze. Il confidence level riportato nella colonna di destra è il minimo necessario per accettare statisticamente il risultato. Condizioni sperimentali: SiPM 2, gate  $200 ns$ , bias  $55.0 V$  e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ C$

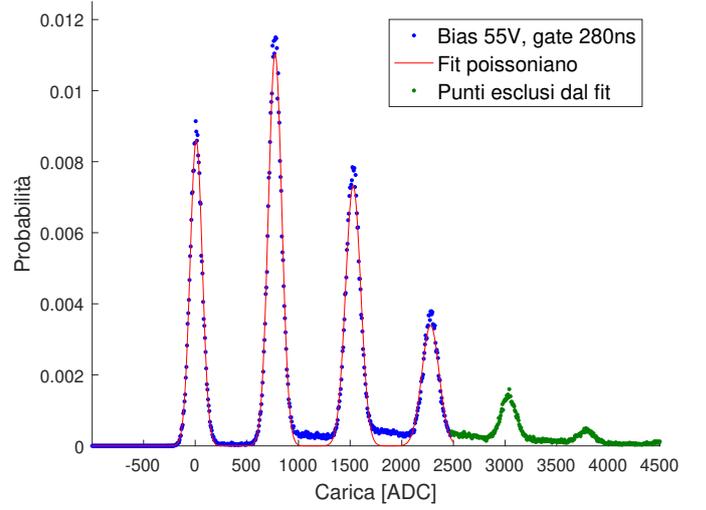


Figura 19: Istogramma di frequenze delle probabilità di ricezione dei segnali, con sensore illuminato e relativo fit poissoniano. Condizioni sperimentali: SiPM 2, gate  $200 ns$ , bias  $55.0 V$  e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ C$

#### 4.6. Considerazioni finali

Lo scanning gate è stata condotta, sul SiPM 3, con un bias voltage di  $54.6 V$  e con una temperatura del sensore di  $28.2 \pm 0.2^\circ C$ . Abbiamo ripetuto l'analisi per una baseline di 32 punti ( $binsize = 1$  per avere maggiore statistica) e 2048 ( $binsize = 8$ ). Sono stati esaminati 10 gate possibili, tra  $72 ns$  e  $456 ns$  e abbiamo riportato in figura 20-21 i fit di  $dpp(gate)$ . I valori ottenuti di best gate, secondo formule precedentemente indicate, sono  $g_{32} = 159 \pm 5 ns$  e  $g_{2048} = 163 \pm 8 ns$ : un test di ipotesi standard ha rilevato una distanza in sigma, tra i due, pari a  $t = 0.42$ . Pertanto, come ci aspettavamo, vi è compatibilità statistica tra i due casi esaminati, con confidence level del 95%. Possiamo riportare il best gate di SiPM 3 come la media ponderata di  $g_{32}, g_{2048}$  (John R. Taylor, 2000), altresì:

$$g_{SiPM 3} = 160 \pm 4 ns \quad (34)$$

Abbiamo riportato due istogrammi di esempio, entrambi per la condizione  $bias = 54.6 V$  e  $gate = 168 ns$  (figure 22-23), per mostrare come, anche a prima vista, l'utilizzo di una baseline calcolata su 32 punti abbassi notevolmente il rumore presente tra una gaussiana e l'altra. L'andamento delle deviazioni standard delle prime due curve fittate è riportato nelle figure 24-25, mentre la variazione della risoluzione (calcolata nei tre modi indicati) è rappresentato nei grafici 26-27.

Possiamo osservare che gli andamenti delle deviazioni standard e della risoluzione seguono gli stessi pattern, il che implica che cambiare baseline non porta bias nella misura; tuttavia, rimane irrisolto il problema (già evidenziato nella sezione precedente) della monotonia decrescente di  $\mathcal{R}(gate)$ , laddove al denominatore si consideri solo  $c_0$  o  $c_1$  e non la loro differenza in quadratura. Pertanto, qualsiasi errore sistematico o fenomeno non esaminato fosse presente durante l'analisi svolta su SiPM 2, è probabile che sia

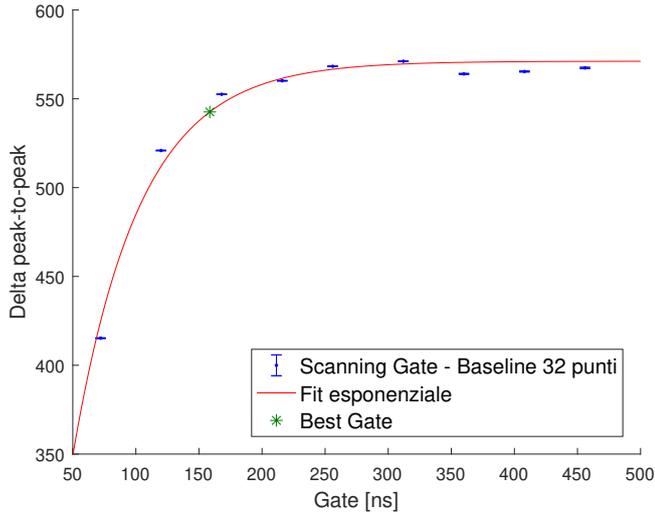


Figura 20: Delta peak-to-peak in funzione della variazione di gate, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 3, bias 54.6 V, baseline a 32 punti e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ\text{C}$ . Il best gate è indicato in verde.

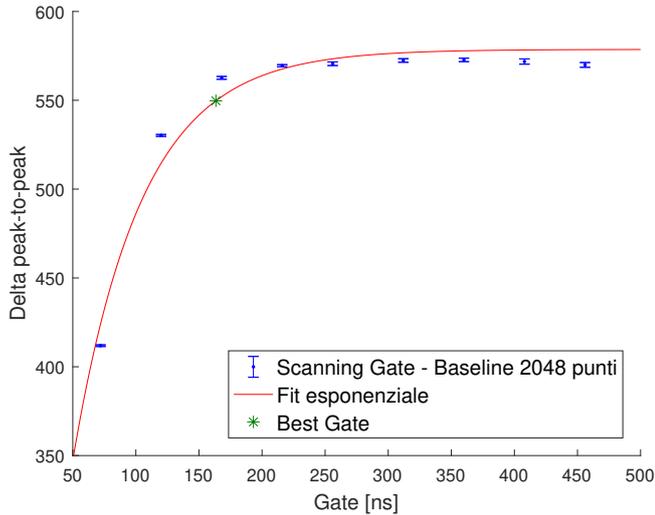


Figura 21: Delta peak-to-peak in funzione della variazione di gate, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 3, bias 54.6 V, baseline a 2048 punti e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ\text{C}$ . Il best gate è indicato in verde.

rimasto anche durante lo studio di SiPM 3 e valgono le stesse argomentazioni fatte in precedenza circa una possibile origine del rumore presente tra le gaussiane. Può darsi che questo problema sia dovuto a come è costruito il setup che ha ospitato SiPM 2 e 3 (che, infatti, è lo stesso Caen Educational Kit, montato nella stessa collocazione, a differenza di SiPM 1, che aveva un altro kit e un'altra posizione nel laboratorio). Per esempio, potrebbe esserci un'imperfezione nella fibra ottica o nel collegamento tra questa e il LED, tale per cui solo una parte della luce emessa viene correttamente inviata al digitizer. In ogni caso, dai grafici si evince molto facilmente come la differenza in quadratura delle deviazioni standard (e la risoluzione calcolata con tale parametro a denominatore)

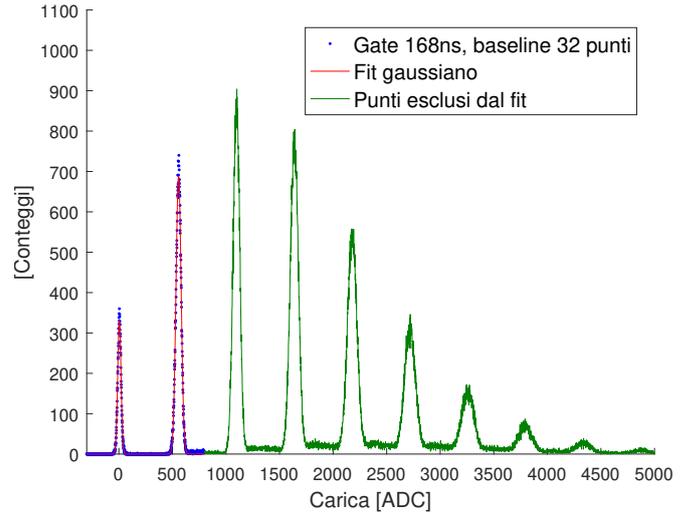


Figura 22: Istogramma di frequenze dei segnali ricevuti in ADC, con sensore illuminato e nelle condizioni sperimentali: SiPM 3, bias 54.6 V, baseline a 32 punti e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ\text{C}$ .

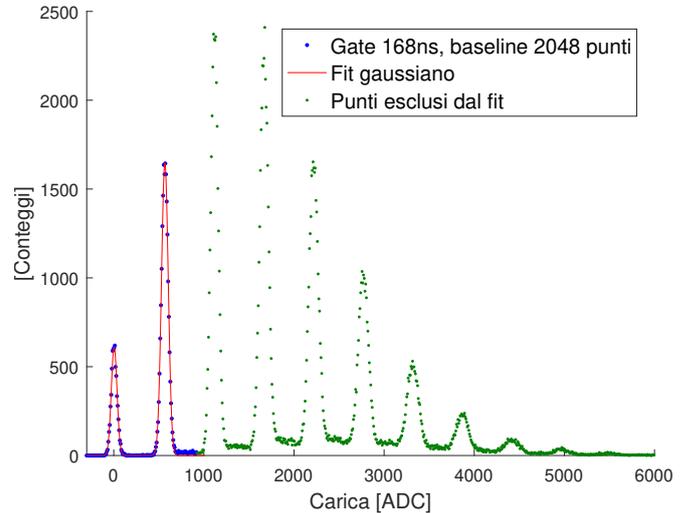


Figura 23: Istogramma di frequenze dei segnali ricevuti in ADC, con sensore illuminato e nelle condizioni sperimentali: SiPM 3, bias 54.6 V, baseline a 2048 punti e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ\text{C}$ .

non risentano del cambio di baseline, in quanto assumono pressappoco gli stessi valori, mentre le deviazioni singole (e le risoluzioni calcolate con queste a denominatore) sono nettamente superiori con baseline calcolata su 32 punti. Pertanto, per qualsiasi analisi richieda di esaminare solo le prime due gaussiane, proponiamo indubbiamente l'utilizzo di tale condizione, fermo restando che per studi differenti potrebbe non valere ancora questo fatto.

## 5. Discussione dei risultati e conclusioni

Abbiamo ottenuto numerosi risultati analitici durante le varie fasi dell'analisi, ma è ora necessario delineare le schede tecniche dei sensori SiPM utilizzati, in termini di

Parametro	Valore	Bias Voltage di riferimento	Temperatura del sensore
DCR	$92 \pm 3 \text{ kHz}$ ( <i>oscilloscopio</i> )	55.0 V	$30.1 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$
	$79.5 \pm 0.1 \text{ kHz}$ ( <i>Staircase</i> )	55.0 V	$28.2 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$
	$128.9 \pm 0.2 \text{ kHz}$	57.5 V	$28.2 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$
XTP	$2.6 \pm 0.5\%$ ( <i>oscilloscopio</i> )	55.0 V	$30.1 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$
	$3.10 \pm 0.04\%$ ( <i>Staircase</i> )	55.0 V	$28.2 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$
	$10.15 \pm 0.06\%$	57.5 V	$28.2 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$
BDV	$52.36 \pm 0.02 \text{ V}$		$29.9 \pm 0.1 \text{ }^\circ\text{C}$

Tabella 2: Caratterizzazione del sensore SiPM 1, in termini di *Dark Count Rate*, *Crosstalk Probability* e *breakdown voltage*

Parametro	Valore	Bias Voltage di riferimento	Temperatura del sensore
DCR	$250.6 \pm 0.2 \text{ kHz}$	55.0 V	$28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$
	$470.9 \pm 0.1 \text{ kHz}$	57.5 V	$28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$
XTP	$3.00 \pm 0.01\%$	55.0 V	$28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$
	$9.72 \pm 0.01\%$	57.5 V	$28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$
BDV	$52.151 \pm 0.001 \text{ V}$		$28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$
Best gate	$146 \pm 3 \text{ ns}$		$28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$
Optimal voltage	$\geq 56.0 \text{ V}$		$28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$

Tabella 3: Caratterizzazione del sensore SiPM 2, in termini di *Dark Count Rate*, *Crosstalk Probability*, *breakdown voltage*, *best gate* e *optimal voltage*.

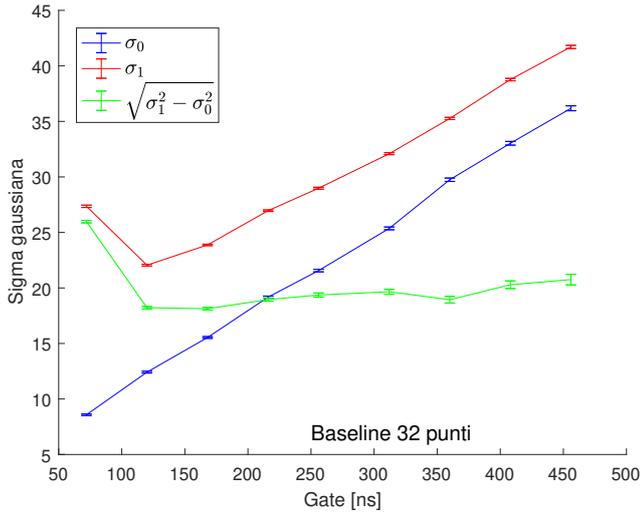


Figura 24: Deviazione standard delle prime due gaussiane e loro differenza in quadratura, in funzione della variazione di gate, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 3, bias 54.6 V, baseline 32 punti e temperatura  $28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

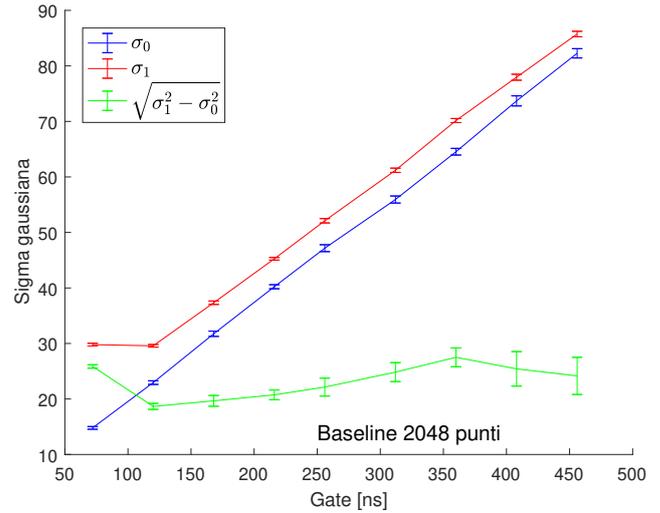


Figura 25: Deviazione standard delle prime due gaussiane e loro differenza in quadratura, in funzione della variazione di gate, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 3, bias 54.6 V, baseline 2048 punti e temperatura  $28.2 \pm 0.2 \text{ }^\circ\text{C}$ .

DCR, XTP e BDV; per il solo SiPM 2 riporteremo anche best gate e optimal voltage.

Per quanto riguarda SiPM 1, abbiamo DCR e XTP calcolati sia all'oscilloscopio sia mediante Staircase (condizione 55.0 V), ma data l'incompatibilità statistica già discussa in precedenza (confidence level 95%), li riportiamo entrambi. Per la condizione 57.5 V e per l'individuazione del breakdown voltage, ovviamente, non vi è scelta. La tabella di caratterizzazione è la 2.

Per quanto riguarda SiPM 2, invece, abbiamo già osservato la compatibilità statistica tra le misure e pertanto

riportiamo, per il DCR, la media ponderata dei due valori ottenuti, con rispettivo errore (John R. Taylor, 2000). Non sorprendentemente, essa coincide, se riportata alle stesse cifre significative, con il DCR misurato mediante Staircase: ciò è dovuto all'abissale differenza tra le incertezze sulle misure che sono state combinate. Per XTP e BDV ovviamente non vi è scelta, mentre per il best gate abbiamo scelto quello individuato mediante fit e per l'optimal gate abbiamo riportato in breve quanto precedentemente discusso. La tabella di caratterizzazione è la 3.

Per quanto riguarda SiPM 3, non abbiamo riportato

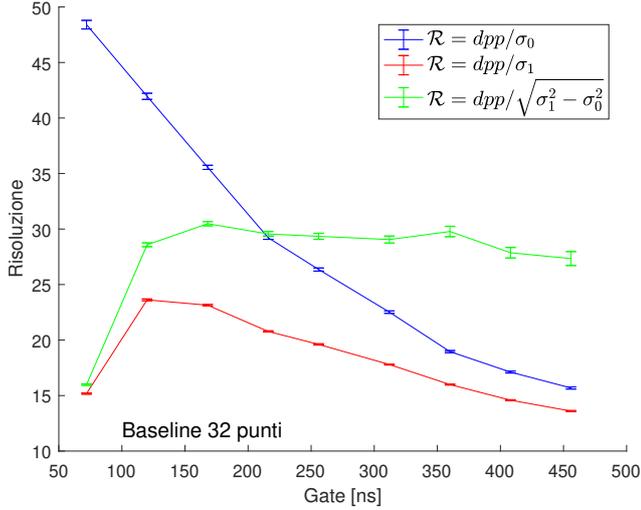


Figura 26: Risoluzione in funzione della variazione di gate, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 3, bias 54.6 V, baseline 32 punti e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ\text{C}$ .

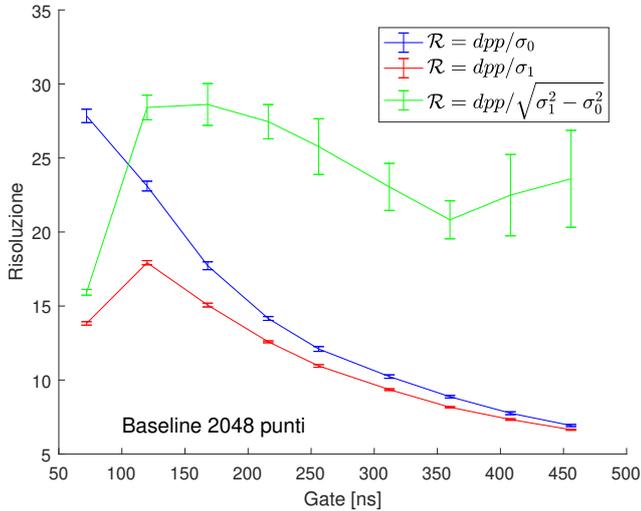


Figura 27: Risoluzione in funzione della variazione di gate, per un sensore illuminato. Condizioni sperimentali: SiPM 3, bias 55.0 V, baseline 2048 punti e temperatura  $28.2 \pm 0.2^\circ\text{C}$ .

alcuna tabella di caratterizzazione, dacché tale sensore non è stato utilizzato durante la parte principale delle analisi, ma solo per indagare un fenomeno che ci era poco chiaro.

I due sensori (SiPM 1 e 2) risultano dunque molto differenti, sebbene costruiti secondo lo stesso modello: SiPM 1 risulta avere parametri di rumore (DCR e XTP) molto minori di SiPM 2, anche se la risposta di questi alla variazione del bias sembra diversa, a giudicare dalla XTP del SiPM 1, mentre i voltaggi di breakdown sono quasi identici (certamente statisticamente compatibili). Se dunque dovessimo svolgere delle ulteriori analisi con dei SiPM, probabilmente opteremmo per il primo modello, anche se effettivamente dipende anche dal tipo di caratteristiche richieste dall'apparato sperimentale.

Osserviamo, a conclusione della relazione, che abbiamo

avuto modo di verificare, pur con i limiti sperimentali dovuti agli effetti di rumore cui il SiPM è soggetto e ai cambi di attrezzatura, la natura poissoniana dell'emissione di fotoni da parte di una sorgente a LED monocromatico e della generazione di Dark Count da parte di un sensore al buio. Inoltre abbiamo potuto mostrare molte delle possibili procedure di routine di caratterizzazione: dovendo selezionare quella più efficace dal punto di vista dei risultati e del tempo di esecuzione, sicuramente sceglieremmo la Staircase Analysis, in coppia con gli istogrammi di frequenze registrati mentre il sensore è illuminato.

## 6. Bibliografia

- [1] John R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori: lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*, 2° edizione, Zanichelli, 2000
- [2] M. Caccia, *XXVII Giornate di Studio sui rivelatori*, Cogne, 2018
- [3] Associazione *Photon Counting Network*, sito online al link <http://www.photoncount.org/>
- [4] A. Vilà, A. Arbat, E. Vilella e A. Dieguez, *Geiger-Mode Avalanche Photodiodes in Standard CMOS Technologies*, 2012, 10.5772/37162
- [5] S. Bassi, *Caratterizzazione Spettroscopica di Fotorivelatori al Silicio SiPM*, Tesi di Laurea in Fisica Medica con relatore prof. A. Del Guerra, Università degli Studi di Pisa, 2008
- [6] T. Schweizer, *SiPM characterization, concept and measurements*, SiPM workshop LIP, 2012
- [7] V. Arosio, M. Beretta, M. Caccia, R. Santoro e G. A. Stanizzi, *A robust and semi-automatic procedure for Silicon Photomultipliers characterization*, 14th Topical Seminar on Innovative Particle and Radiation Detectors, 2016
- [8] S. Cova, M. Ghioni, A. Lotito, I. Rech e F. Zappa, *Evolution and prospects for single-photon avalanche diodes and quenching circuits*, Journal of Modern Optics, 2004
- [9] M. Ramilli, *Characterization of SiPM: Temperature dependencies*, 2008 IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record, 2008
- [10] Sito ufficiale della Caen SpA. Scheda tecnica dell'Educational Photon Kit: <http://www.caen.it/jsp/Template2/CaenProd.jsp?parent=61&idmod=1022>.
- [11] W. H. Press, Saul A. Teukolsky, W. T. Vetterling e B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press, 1992