



# LABORATORIO DI FISICA 1

A cura di:  
Gabriele Cenedese

Bravo!

Docente:  
prof. dott. Massimo Caccia

Assistenti di laboratorio:  
dott.ssa Samuela Lomazzi, dott. Luca Malinverno,  
dott. Massimiliano Antonello

Università degli Studi dell'Insubria  
Dipartimento di Scienza e Alta Tecnologia  
Corso di Laurea in Fisica  
Anno accademico 2017/2018

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Rivelatori di Radon</b>	<b>6</b>
2.1	Introduzione: il radon	6
2.2	Obiettivo dell'analisi e dati	6
2.3	Verifica taratura: confronto delle mediane	7
2.4	Verifica taratura: media	9
2.5	Taratura tramite <i>sign test</i>	11
2.6	Taratura tramite il $\chi^2$	12
2.7	Conclusioni	15
<b>3</b>	<b>Imaging di una sorgente di alfa-particelle, MIMOTERA</b>	<b>17</b>
3.1	Introduzione: il MIMOTERA	17
3.2	Obiettivo dell'analisi e dati	17
3.3	Mappa di intensità	19
3.3.1	Eliminazione del rumore	19
3.3.2	Profilo del segnale	21
3.4	Mappa di conteggio	22
3.4.1	Profilo del segnale	24
3.5	Quantum imaging	25
3.5.1	Algoritmo di clustering	26
3.5.2	Punti di impatto	27
3.5.3	Profilo del segnale	28
3.6	Conclusioni	28
3.7	Appendice - Algoritmo di clustering	30
<b>4</b>	<b>Caratterizzazione fotorivelatore SiPM s13360-1350cs</b>	<b>35</b>
4.1	Introduzione	35
4.2	Setup sperimentale e obiettivo analisi	37
4.3	Analisi all'oscilloscopio	38
4.4	Analisi staircase	40
4.5	Analisi istogrammi multi-picco	42
4.5.1	Sensore al buio	42
4.5.2	Sensore illuminato	44
4.6	Conclusioni	49

## 1 Introduzione

### Introduzione generale alle analisi effettuate

Nella seguente introduzione sono riportati i principali metodi statistici utilizzati ai fini dell'analisi, che verranno sottintesi nel corso delle relazioni:

- I dati sono stati analizzati utilizzando il programma MATLAB (MathWorks R2018a/R2018b). Per ogni fit è stato utilizzato il *curve fitting tool* di MATLAB.
- Le incertezze sui risultati sperimentali e sui parametri dei fit, dove non specificato, sono riportate con un livello di confidenza del 68%.
- Siano  $x_1 \dots x_n$   $n$  misure, sono così definite le grandezze:

- Media  $\bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n}$
- Deviazione Standard  $\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}{n-1}}$
- Deviazione Standard della media  $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$

- Nel caso in cui la deviazione standard di una serie di misure sia nulla, o nel caso di singola misura, si considera come incertezza:

$$\delta_x = \frac{\Delta_x}{\sqrt{12}} \quad (1.1)$$

dove  $\Delta_x$  è la sensibilità dello strumento utilizzato per effettuare la misura.

- Il confronto tra due misure ( $x_1$  e  $x_2$ ), della stessa quantità fisica, a cui si associano errori indipendenti ( $\sigma_{x_1}$  e  $\sigma_{x_2}$ ), viene effettuato con il seguente metodo empirico:

$$t = \frac{|x_1 - x_2|}{\sqrt{\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2}} \quad (1.2)$$

definito anche nelle relazioni come distanza tra le due misure in unità di errore standard.

- Di fondamentale importanza in ogni misura fisica è l'errore associato a ciascun valore osservato, qualora i dati sperimentali vengano utilizzati in formule, l'incertezza verrà propagata secondo la seguente:

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \delta x_1\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \delta x_n\right)^2} \quad (1.3)$$

dove  $x_1, \dots, x_n$  sono  $n$  misure con incertezze  $\delta x_1, \dots, \delta x_n$  indipendenti e casuali e dove  $f(x_1, \dots, x_n)$  è la funzione oggetto di calcolo. Risulta inoltre:

$$\delta f \leq \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right| \delta x_1 + \dots + \left|\frac{\partial f}{\partial x_n}\right| \delta x_n \quad (1.4)$$

che costituisce sempre il limite superiore dell'incertezza su  $f$ . Questo vale anche se le variabili non sono indipendenti, per questo quando non sarà possibile usare la formula 1.3 verrà usata questa maggiorazione, sovrastimando l'errore.

- È necessario stabilire se i dati acquisiti in laboratorio, che si suppone debbano obbedire ad una qualche legge, siano effettivamente governati da essa: si introducono di conseguenza alcuni criteri quantitativi, che permettano di decidere se l'ipotesi iniziale è giustificata e se le misure sono in accordo con quelle attese o, se i dati sono in disaccordo con l'andamento previsto teoricamente e quindi l'ipotesi è da rigettare.

– Il **chi-quadrato** è definito:

$$\chi^2 = \sum_i^n w_i (y_i - \bar{y}_i)^2 \quad (1.5)$$

Esso è dunque dato dalla somma degli scarti quadratici tra i valori osservati  $y_i$  e quelli previsti  $\bar{y}_i$ , pesati secondo i  $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$  dove  $\sigma_i$  è l'errore associato ad ogni misura.

Supponendo che i dati seguano una certa distribuzione di probabilità e supponendo di aver effettuato una serie di misure e di aver rappresentato i risultati in un istogramma con  $n$  bin di altezza  $(O_1, \dots, O_n)$ ; il chi-quadrato può calcolato come:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (1.6)$$

dove  $O_i$  rappresenta dunque il valore osservato e  $E_i$  il valore atteso secondo la distribuzione ipotizzata. Alternativamente a denominatore può essere utilizzata la varianza binomiale associata ad ogni bin dell'istogramma:  $\sigma_i^2 = N p_i (1 - p_i)$  dove  $N = \sum_i^n O_i$  e  $p_i = \frac{O_i}{N}$ .

Se  $p$  è il numero di parametri contenuti nella funzione di fit ed  $n$  il numero di punti sperimentali, si definisce il numero  $d$  di gradi di libertà come:

$$d = n - p \quad (1.7)$$

Si dimostri che il valore atteso di  $\chi^2$  è precisamente  $d$ : trovando un valore di  $\chi^2 \gg d$  è molto improbabile che l'assunzione teorica sia corretta.

– Si definisce **chi-quadrato ridotto**:

$$\tilde{\chi}^2 \equiv \chi_d^2 = \frac{\chi^2}{d} \quad (1.8)$$

\* Se  $\tilde{\chi}^2 = 1$  l'accordo tra dati e fit è perfetto;

\* Se  $\tilde{\chi}^2 > 1$  l'errore è stato sottostimato;

\* Se  $\tilde{\chi}^2 < 1$  l'errore è stato sovrastimato;

\* Se  $\tilde{\chi}^2 \gg 1$  il fit non si accorda ai dati.

attento che il chi2 è una variabile stocastica...

– Un altro indicatore della bontà del fit è il **coefficiente di determinazione** o  $R^2$  definito come:

$$R^2 = \frac{\sum_i^n (\bar{y}_i - \tilde{y})^2}{\sum_i^n (y_i - \tilde{y})^2} \quad (1.9)$$

dove  $\tilde{y}$  è la media dei valori osservati. Brevemente:  $R^2$  varia tra 0 ed 1, quando è 0 il modello utilizzato non spiega per nulla i dati; quando è 1 il modello spiega perfettamente i dati.

Per ogni fit sono stati riportati i parametri appena elencati, in quanto nessuno di questi parametri preso singolarmente è sufficiente a una corretta valutazione della bontà del fit. Di volta in volta, nelle relazioni, verrà commentata la bontà del fit in relazione ai vari parametri.

- John R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori - Lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*, II edizione, Zanichelli, 2000
- Marco Boella, *Probabilità e statistica per ingegneria e scienze*, Pearson, 2011
- Pasquale Erto, *Probabilità e statistica per le scienze e l'ingegneria*, III edizione, McGraw-Hill, 2008

## 2 Rivelatori di Radon

### 2.1 Introduzione: il radon

Il radon è un gas radioattivo, inodore, incolore e insapore; tutte caratteristiche che non lo rendono percepibile dai nostri sensi e perciò difficile da individuare e da quantificarne la presenza. Esso, derivato dal decadimento dell'uranio presente nelle rocce e nel suolo, si trova principalmente nei locali, specie quelli a diretto contatto con il suolo, come cantine e scantinati, con possibilità tuttavia di arrivare ad irradiarsi anche negli ambienti dei piani più alti.

Il pericolo maggiore del gas radon è correlato all'inalazione: inspirato in quantitativi in eccesso e per periodi prolungati può infatti provocare seri danni alla salute, in particolare ai polmoni, qualificandosi come seconda causa di rischio per l'insorgenza di un tumore, dopo il fumo. La prima prevenzione per combattere questo gas è la costante areazione dei locali nei quali è riconosciuta la sua presenza.

Stimare la presenza o la concentrazione di questo gas negli ambienti domestici o di uso quotidiano come le scuole o i luoghi di lavoro, soprattutto se interrati, non è semplice poiché le concentrazioni possono variare sia da spazio a spazio (anche tra edifici vicini) sia nel tempo, tra giorno e notte, estate e inverno e tra diverse condizioni meteorologiche. A causa di queste fluttuazioni, per avere una valutazione attendibile del quantitativo medio di radon presente nell'aria di un ambiente, è necessario procedere a una misurazione per un periodo prolungato, di qualche mese almeno.

Una volta quantificata la presenza del radon, a seconda del risultato ottenuto, si potrà valutare l'opportunità di procedere a una bonifica.

Una recente direttiva europea (direttiva 2013/59/Euratom, pubblicata sulla G.U.U.E. L-13 del 17/1/2014) fissa come limite, sia per le abitazioni che per i luoghi di lavoro, un valore medio annuale di 300 Bq/m<sup>3</sup>.

### 2.2 Obiettivo dell'analisi e dati [ben scritto!](#)

Per la presa dati sono stati utilizzati cinque rivelatori *Radim 5b* (figura 2.1), misuratori in continuo della concentrazione di gas radon, dotati di un rivelatore a stato solido a barriera di silicio sensibile ai due figli alfa-emettitori a vita breve del radon, <sup>218</sup>Po e <sup>214</sup>Po. Essi misurano con un intervallo fisso di conteggio pari a 60 minuti e sono dotati di un data-logger interno per la memorizzazione fino a 60,000 misure.

Lo scopo dell'analisi dei dati è stabilire se i rilevatori di radon: Radim05, Radim08, Radim11 e Radim12 siano tarati o meno con il rivelatore di riferimento Radim53, ed eventualmente trovare un coefficiente di calibrazione adatto.

Si dispone di 812 misure effettuate da ogni rilevatore nello stesso luogo, un locale dell'Università degli studi dell'Insubria, a intervalli di un'ora, in arco di tempo di 33 giorni.

Si è in primo luogo verificata la taratura degli strumenti, confrontando la mediana delle misure e le medie giornaliere dei rivelatori. Per trovare una costante di calibrazione statisticamente congruente si è effettuato un *sign test* e un test del  $\chi^2$  sulle misure scalate da un serie di fattori di correzione; per trovare quello che più avvicina i primi quattro strumenti a quello di riferimento.



Figura 2.1: Esempio di rivelatore Radim5b

### 2.3 Verifica taratura: confronto delle mediane

In questa prima parte per ogni rivelatore si è calcolata la mediana, che verrà indicata con  $\tilde{X}_i$  (per il rivelatore  $i$ -esimo), delle misure a disposizione. La mediana, essendo il valore centrale dei dati, è preferibile alla media aritmetica in quanto meno sensibile ad eventuali valori fortemente atipici (nelle figure 2.2 e 2.3 si possono notare alcuni picchi di segnale anomali). In seguito si è calcolata la deviazione standard alla mediana ( $\sigma_{\tilde{X}_i}$ ), utilizzando la seguente formula [5]:

$$\sigma_{mediana}^2 = \sigma_{media}^2 \frac{\pi(2n+1)}{4n} \quad (2.1)$$

dove  $2n+1 = N$  con  $N$  numero dei dati a disposizione e  $\sigma_{media} = \frac{std}{\sqrt{N}}$  con  $std$  standard deviazione delle misure. Per avere un primo confronto tra gli strumenti si è calcolata la distanza (2.2), in unità di standard deviazione (pull), tra la mediana dei rivelatori da verificare (nella formula e nel seguito si indica con  $i$  l'indice del rivelatore preso in considerazione) e la mediana del rivelatore Radim53 (figura 2.2).

$$t = \frac{|\tilde{X}_i - \tilde{X}_{53}|}{\sqrt{\sigma_{\tilde{X}_i}^2 + \sigma_{\tilde{X}_{53}}^2}} \quad (2.2)$$

Rivelatore	$\tilde{X}_i$	$\sigma_{\tilde{X}_i}$	Distanza (in $\sigma$ )
Radim05	18.00	0.25	12.73
Radim08	17.00	0.24	10.39
Radim11	15.00	0.23	5.31
Radim12	16.00	0.23	7.95
Radim53	13.00	0.30	-

Tabella 2.1: Mediana e distanza in unità di deviazione standard ( $t$ ) tra ciascun rivelatore e Radim53.

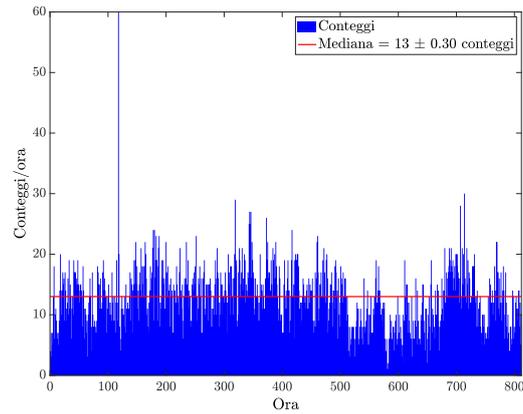
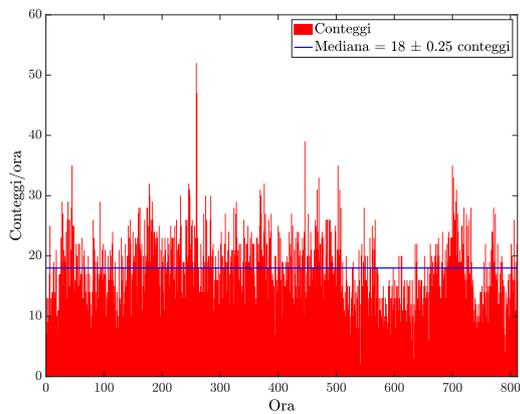
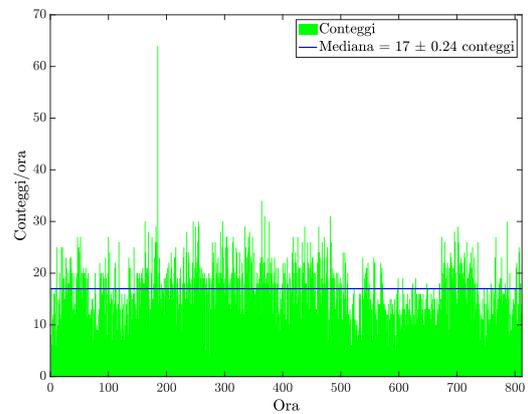


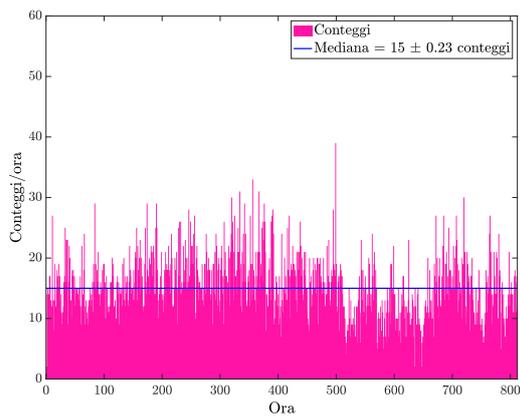
Figura 2.2: Misure effettuate da Radim53 (di riferimento) e relativa mediana.



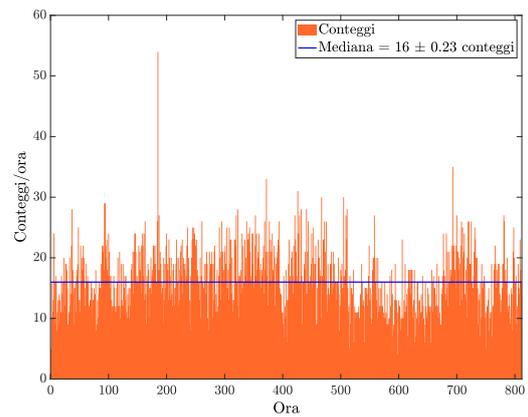
(a) Radim05



(b) Radim08



(c) Radim11



(d) Radim12

Figura 2.3: Misure effettuate dai rivelatori da confrontare e relative mediane.

I dati ottenuti riportati in tab. 2.1 permettono empiricamente di escludere che i rivelatori siano correttamente calibrati: le distanze in unità di errore standard sono maggiori di 5, il che implica una grande discordanza tra i dati.

## 2.4 Verifica taratura: media

Nella seconda parte si è utilizzato un metodo statisticamente più raffinato per confermare i risultati sopra ottenuti.

Per via delle significative variazioni giornaliere del tasso di decadimento del radon si è deciso di effettuare medie giornaliere dei conteggi ottenendo quindi 33 valori per ogni rivelatore. I valori ottenuti sono stati rappresentati in istogrammi di frequenza (fig. 2.4 e 2.5) (fissando un passo costante di due conteggi come larghezza del singolo bin). Infine per ogni rivelatore si è calcolata la media pesata dell'istogramma ( $\bar{x}_i$ ), come peso si è adottato la frequenza con cui ogni dato appare quindi per i dati a nostra disposizione l'altezza del bin corrispondente ( $w_j$ ) (eq. 2.3).

hmmm... non è sbagliato ma è limitato dalla granularità del bin. Perché non considerare la media aritmetica della statistica delle medie giornaliere?

$$\bar{x}_i = \frac{\sum_{j=1}^n w_j x_j}{\sum_{j=1}^n w_j} \quad (2.3)$$

L'errore associato alla media è stato calcolato utilizzando la formula di seguito riportata (eq. 2.4) dove M indica in numero di pesi non nulli.

$$S_{\bar{x}_i} = \sqrt{\frac{M \sum_{j=1}^n w_j (x_j - \bar{x}_i)^2}{(M - 1) \sum_{j=1}^n w_j}} \quad (2.4)$$

In maniera del tutto analoga a quella effettuata nel metodo precedente, si è calcolata la distanza in unità di deviazioni standard (pull) (eq. 2.5) ottenendo i risultati riportati in tabella 2.2:

$$t = \frac{|\bar{x}_i - \bar{x}_{53}|}{\sqrt{S_{\bar{x}_i}^2 + S_{\bar{x}_{53}}^2}} \quad (2.5)$$

Rivelatore	$\bar{x}_i$	$S_{\bar{x}_i}$	Distanza (in $\sigma$ )
Radim05	18.07	0.57	6.69
Radim08	17.10	0.47	5.94
Radim11	15.28	0.45	3.36
Radim12	16.31	0.44	4.96
Radim53	13.04	0.49	-

Tabella 2.2: Media pesata degli istogrammi di frequenza e distanza in unità di deviazione standard ( $t$ ) tra ciascun rivelatore e Radim53.

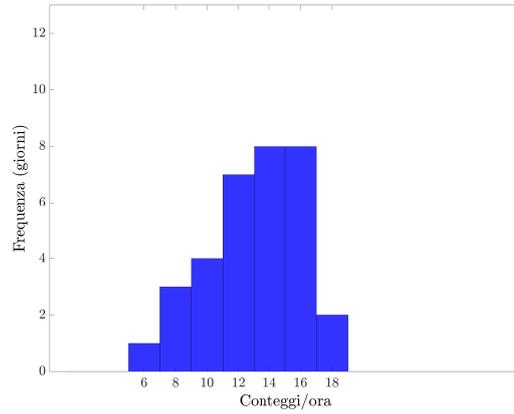
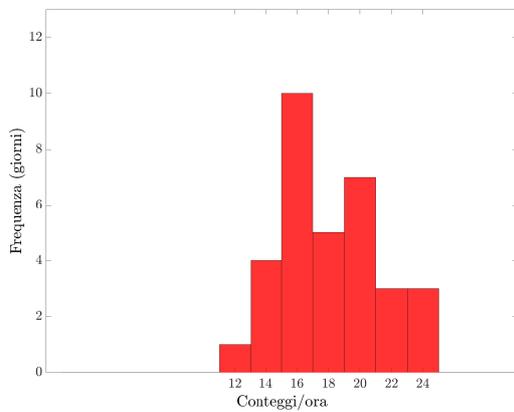
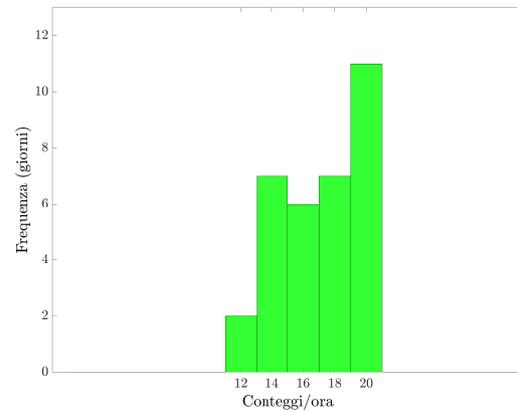


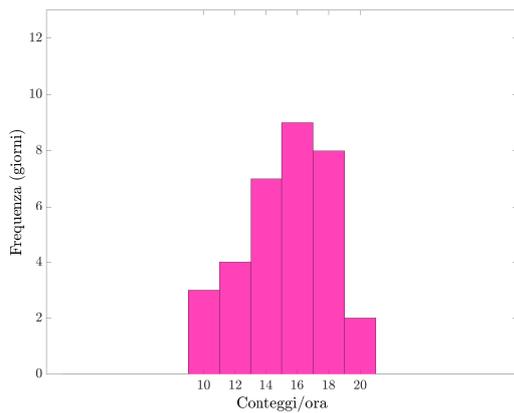
Figura 2.4: Istogramma di frequenze di conteggio di Radim53.



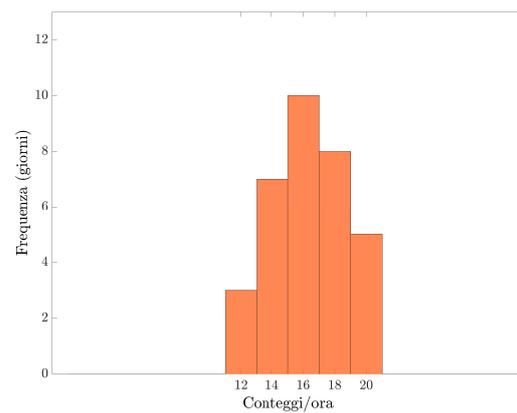
(a) Radim05



(b) Radim08



(c) Radim11



(d) Radim12

Figura 2.5: Istogrammi di frequenza di conteggio dei rivelatori da confrontare.

Come si può osservare i dati sono risultano ancora significativamente incompatibili tra loro. Dagli istogrammi tuttavia si può notare un andamento comune, indice che i rivelatori effettuano le misure allo stesso modo e che la discordanza è dovuta a una diversa calibrazione degli stessi. Nelle prossime sezioni si cercherà di individuare il corretto coefficiente di calibrazione.

## 2.5 Taratura tramite *sign test*

Per poter individuare il miglior coefficiente di calibrazione si è eseguito un *sign test* sui dati a **disposizione**. Il sign test è un test di confronto statistico: supponendo i rilevatori egualmente calibrati allora la probabilità che la singola misura dell'uno sia maggiore di quella dell'altro e viceversa è la stessa. Si può infatti assumere che le misure discordino tra loro per fenomeni di natura stocastica.

Definendo "successo" la misura maggiore di un certo rilevatore rispetto a quello di riferimento e "fallimento" la misura minore, la probabilità di successo e di fallimento è dunque la stessa ed è uguale a  $p = 1/2$ .

Supponendo di aver effettuato  $N$  misure la distribuzione dei successi è binomiale con  $n=N$  e  $p=1/2$ , il valore di aspettazione dei successi è (2.6):

$$\mu = Np \quad (2.6)$$

e la standard deviazione è (2.7):

$$\sigma = \sqrt{Np(1-p)} \quad (2.7)$$

Il valore del fattore moltiplicativo  $k \in (0, 1)$  che più avvicina il numero di successi al valore medio binomiale  $\mu = N_{teorico} = Np = 406$  è il fattore di scala cercato ( $k_{best}$ ).

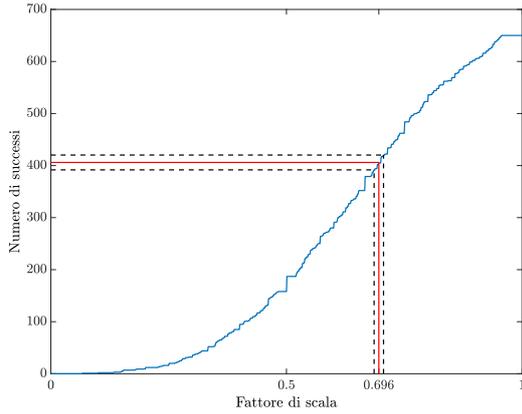
Si è calcolato l'errore associato a  $k_{best}$  trovando il fattore moltiplicativo che più avvicina il numero di successi a  $N_{teorico} \pm \sigma$  dove  $\sigma$  è la deviazione standard bernoulliana (eq. 2.7). In questo modo si sono individuati due intorno di  $k_{best}$ , uno destro e uno sinistro, di diversa dimensione: si è considerata l'ampiezza del più ampio come errore relativo a  $k_{best}$ .

In figura 2.6 è rappresentato l'andamento del numero di successi in funzione del fattore moltiplicativo per ognuno dei rilevatori presi in considerazione. Inoltre è rappresentato l'intervallo che corrisponde a una **standard** deviazione dal valore medio e quindi il relativo errore per  $k_{best}$ . In tabella 2.3 sono riportati i rispettivi fattori di calibrazione ottenuti.

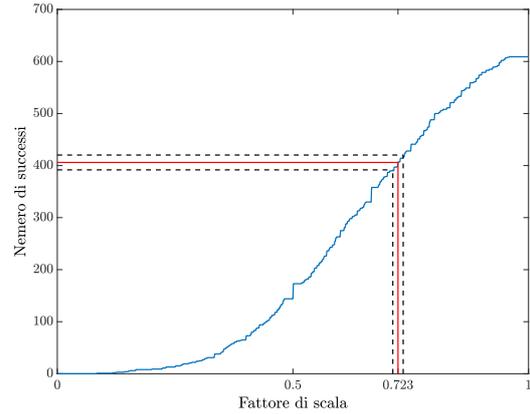
Rivelatore	$k_{best}$	$\sigma(k_{best})$
Radim05	0.696	0.010
Radim08	0.723	0.011
Radim11	0.827	0.020
Radim12	0.778	0.014

Tabella 2.3: Fattore di scala e relativo errore.

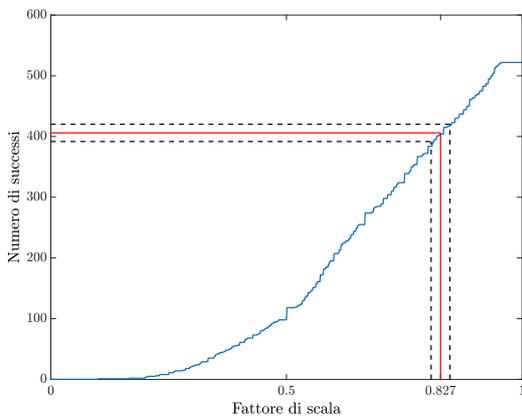
Nella prossima sezione si propone un metodo alternativo, basato sul test del chi-quadrato, per la calibrazione dei rivelatori.



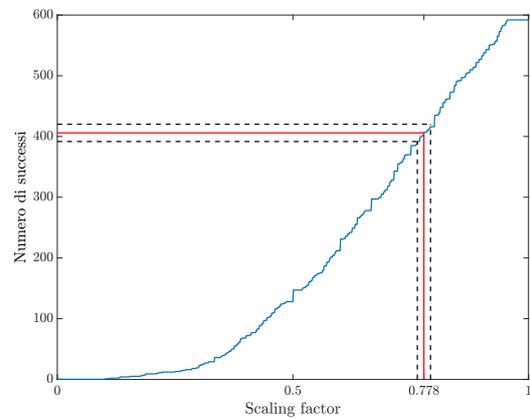
(a) Radim05



(b) Radim08



(c) Radim11



(d) Radim12

Figura 2.6: Numero di successi in funzione del fattore di calibrazione  $k$ , il fattore di calibrazione corretto è quello che più avvicina il numero di successo al valore di aspettazione binomiale  $N_{teorico} = 406$ .

## 2.6 Taratura tramite il $\chi^2$

### Test del $\chi^2$

Il test del  $\chi^2$  è utile per valutare se la distribuzione osservata è consistente con la distribuzione teorica attesa.

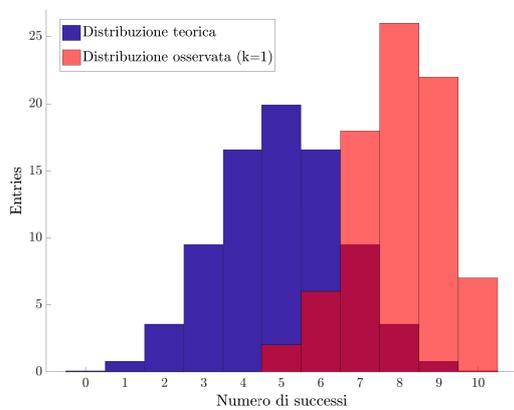
Per trovare il fattore di scala  $k \in (0, 1)$ , si è diviso le  $N$  misure in gruppi da 10 (in questo caso si sono prese in considerazione 810 misure e si dispone quindi di 81 gruppi da 10 per ogni rivelatore). Si è confrontato ogni gruppo di misure di un dato rivelatore da calibrare con il gruppo corrispondente del rivelatore Radim53.

Per quanto detto nella sezione precedente se i rivelatori fossero calibrati una misura si discosterebbe da quella effettuata dal rivelatore di riferimento per fenomeni di natura stocastica. Si ha quindi probabilità  $p = 1/2$  che una data misura sia maggiore della stessa effettuata dallo strumento di riferimento.

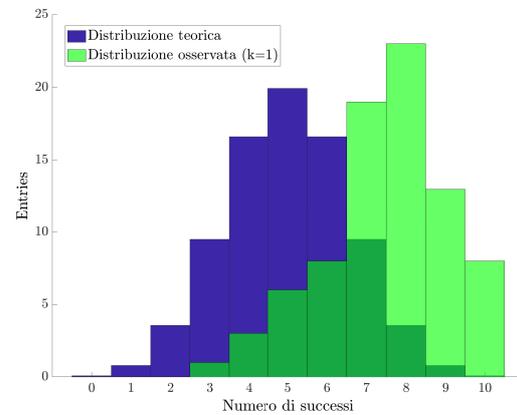
Si sono **contati** i "successi"<sup>2.1</sup> per ogni gruppo e si sono rappresentati con un istogramma di

<sup>2.1</sup>Definendo come in precedenza "successo" la misura maggiore di un certo rivelatore rispetto quello di riferimento.

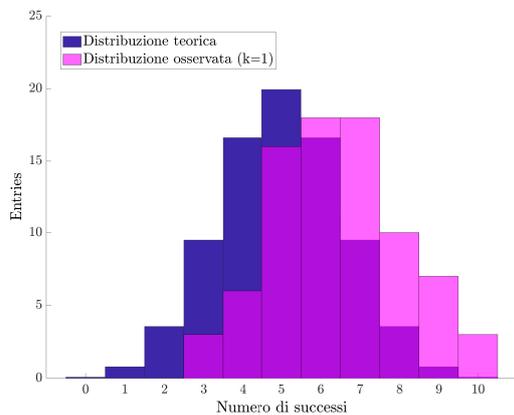
frequenza (figura 2.7). Se i rivelatori fossero calibrati la distribuzione del numero di successi per gruppo risulterebbe essere una distribuzione binomiale con  $n = 10$  (elementi in un gruppo) e  $p = 1/2$  (probabilità di successo).



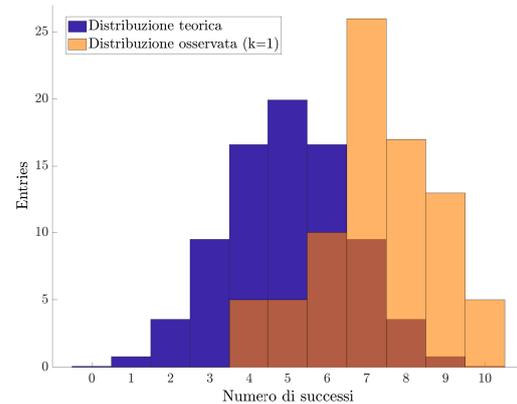
(a) Radim05



(b) Radim08



(c) Radim11



(d) Radim12

Figura 2.7: Confronto tra gli istogrammi di frequenza del numero di successi nei gruppi con la distribuzione attesa nel caso di rivelatori calibrati (in blu).

Il corretto fattore di scala ( $k_{best}$ ) è quello per cui il chi-quadrato ridotto ( $\chi^2_\nu$ ), calcolato per la distribuzione osservata e riscalata, è più vicino al valore atteso:  $\chi^2_\nu = 1$  (figura 2.8). Come peso nel calcolo del chi-quadrato è stato utilizzato l'errore binomiale sull'altezza dei bin dell'istogramma.

In figura 2.9 sono mostrate le distribuzioni osservate dopo la calibrazione, con il relativo valore di  $\chi^2_\nu$ .

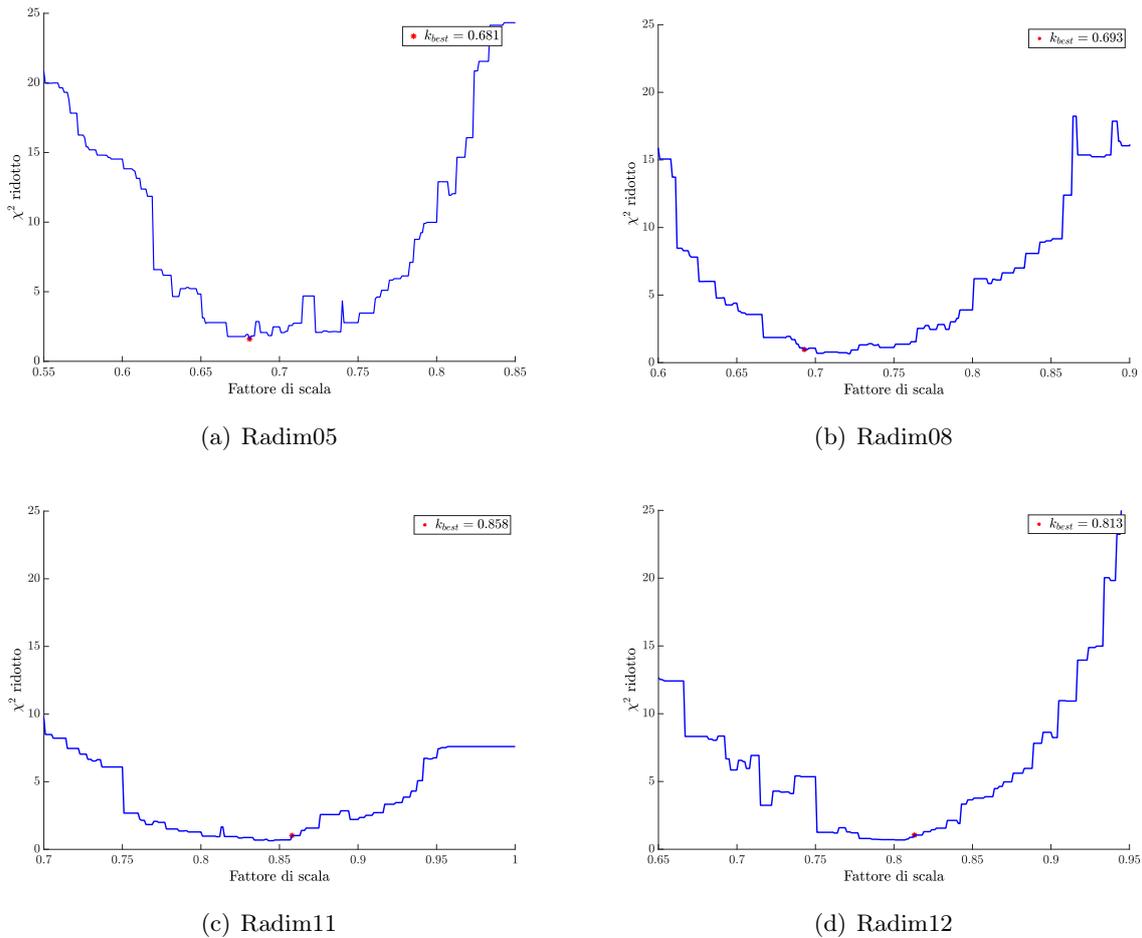


Figura 2.8:  $\chi^2_{\nu}$  in funzione di  $k$ , il valore di  $k$  che più avvicina  $\chi^2_{\nu}$  a uno è il fattore di calibrazione cercato.

Rivelatore	$k_{best}$	$\chi^2_{\nu}$
Radim05	0.681	1.61
Radim08	0.693	0.98
Radim11	0.858	1.02
Radim12	0.813	1.05

Tabella 2.4: Fattore di scala e relativo  $\chi^2_{\nu}$  tra la distribuzione dei successi osservata dopo la calibrazione e la distribuzione binomiale attesa.

I valore limite di  $\chi^2_{\nu}$  per una distribuzione con 9 gradi di libertà (11 bin dell'istogramma, 2 parametri) al 95% di livello di confidenza è 1.88, per cui le distribuzioni dei successi calibrate si accordano tutte con la distribuzione teorica.

I fattori di scala ottenuti non si accordano perfettamente con quelli trovati nella sezione precedente. Ma come si vede dalla figura 2.8 l'intervallo di valori per cui i chi-quadrato ridotto è piccolo è ampio, i chi-quadrati ridotti che si otterrebbero con i  $k_{best}$  del metodo sign-test sono in ordine: 2.47, 0.94, 0.88 e 0.80. Solo il rivelatore Radim05 risulterebbe statisticamente incompatibile con quello di riferimento.

Per poter valutare quale dei due metodi porta alla migliore e più corretta calibrazione bisogna confrontare nuovamente i dati calibrati con il rivelatore di riferimento. ?

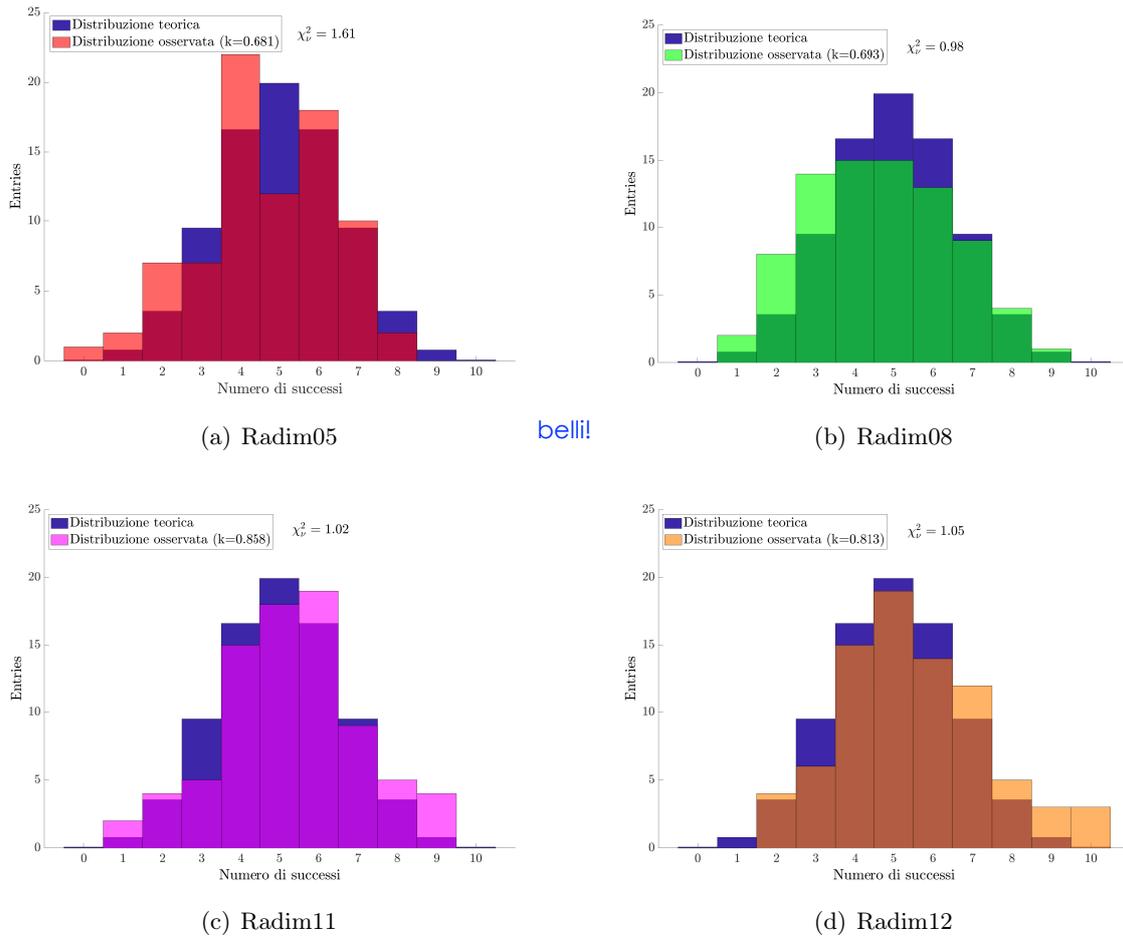


Figura 2.9: Confronto tra gli istogrammi di frequenza del numero di successi con la distribuzione attesa (in blu) nel caso di rivelatori calibrati.

## 2.7 Conclusioni

Nella prima parte dell'analisi si è verificato se i rivelatori di radon Radim05, Radim08, Radim11, Radim12 fossero o meno tarati con lo strumento di riferimento Radim53. Nella seconda parte, una volta appurata la scorretta taratura, si è cercato un fattore moltiplicativo ( $k_{best}$ ) tale per cui i rivelatori risultino correttamente calibrati.

In tabella 2.5 e 2.6 si riportano i valori di mediana e media dei conteggi (ottenuti come discusso nelle prime due sezioni) dei rivelatori dopo la calibrazione. Si può notare come i fattori di calibrazione trovati con il metodo sign-test risultino più corretti per i rivelatori Radim05 e Radim08 rispetto a quelli trovati con il metodo chi-test. Si ha invece il viceversa per i rivelatori Radim11 e Radim12.

Le piccole variazioni di misurazione tra diversi strumenti potrebbero portare a risultati incompatibili tra loro. Dunque si può concludere che, per trovare la corretta calibrazione, è necessario utilizzare vari metodi di analisi e confrontare i risultati ottenuti.

Rivelatore	Mediana	Pull	Media	Pull
Radim05	$12.53 \pm 0.18$	1.35	$12.79 \pm 0.39$	0.38
Radim08	$12.29 \pm 0.17$	2.04	$12.37 \pm 0.34$	1.11
Radim11	$12.41 \pm 0.19$	1.67	$12.80 \pm 0.37$	0.39
Radim12	$12.45 \pm 0.18$	1.58	$12.74 \pm 0.34$	0.50
Radim53	$13.00 \pm 0.30$	-	$13.04 \pm 0.49$	-

Tabella 2.5: **Calibrazione sign-test** Mediane e medie dei conteggi dopo la calibrazione con relativo pull (distanza in unità di errore standard con il rivelatore di riferimento).

Rivelatore	Mediana	Pull	Media	Pull
Radim05	$12.26 \pm 0.17$	2.14	$12.31 \pm 0.39$	1.16
Radim08	$11.78 \pm 0.17$	3.54	$11.88 \pm 0.33$	1.94
Radim11	$12.87 \pm 0.19$	0.36	$13.16 \pm 0.39$	0.19
Radim12	$13.01 \pm 0.19$	0.02	$13.22 \pm 0.36$	0.30
Radim53	$13.00 \pm 0.30$	-	$13.04 \pm 0.49$	-

Tabella 2.6: **Calibrazione chi-test** Mediane e medie dei conteggi dopo la calibrazione con relativo pull (distanza in unità di errore standard con il rivelatore di riferimento).

## Riferimenti bibliografici

- [1] Cardellini, F. *La protezione dal radon nelle abitazioni e nei luoghi di lavoro.*
- [2] Darby, S., et al. *Radon in homes and risk of lung cancer: collaborative analysis of individual data from 13 European case-control studies.* Bmj, 2005.
- [3] Ragani, M. F., Chiaberto, E., Arman, G., Chmill, V., & Caccia, M. *Misure in campo del fattore di equilibrio del radon.* Atti del Convegno Nazionale AIRP di Aosta, 15-17 ottobre 2014.
- [4] Taylor, John Robert. *Introduzione all'analisi degli errori: lo studio delle incertezze nelle misure fisiche.* Zanichelli, 1986.
- [5] Weisstein, Eric W. *"Statistical median"*. 2002. - <http://mathworld.wolfram.com/StatisticalMedian.html>

### 3 Imaging di una sorgente di alfa-particelle, MIMOTERA

#### 3.1 Introduzione: il MIMOTERA

MIMOTERA è un sensore monolitico a pixel ad alta frequenza di fotogrammi, in origine ideato per la profilometria di fasci di particelle e per la misura dell'intensità degli stessi.

Il rivelatore è formato da una matrice di 12,544 pixel quadrati di  $153\ \mu\text{m}$  di passo ciascuno, disposti in quattro sotto-array di  $28 \times 112$  pixel letti in parallelo (figura 3.1). Il rivelatore possiede due elettroniche separate (chiamate circuito A e circuito B) (figura 3.2) tali che mentre il circuito A integra la carica depositata, il circuito B registra i dati. Alla fine della lettura di un frame il ruolo di A e B viene scambiato, fornendo un rivelatore in modalità di lettura-scrittura permanente senza tempi morti, in modo da non perdere informazioni sulle fluttuazioni dell'intensità dei fasci incidenti. La durata di un frame, ovvero il tempo di integrazione/lettura, è minore di  $100\ \mu\text{s}$  e il sensore riesce a catturare quindi 10000 frame al secondo. La capacità complessiva di energia depositata è di  $30\ \text{MeV}/\text{pixel}$ .

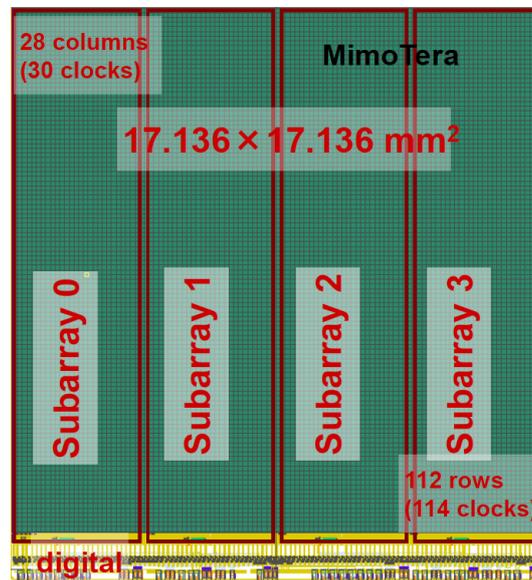


Figura 3.1: Architettura in sotto-array del MIMOTERA.

Il sensore, concepito per applicazioni in esperimenti di Fisica delle Particelle e Fisica Medica, è anche utilizzato per rivelare la presenza di particelle  $\alpha$  e dunque di profilarne la sorgente di emissione.

#### 3.2 Obiettivo dell'analisi e dati

L'obiettivo dell'analisi dati è determinare forma e dimensioni del segnale emesso da una sorgente di  $^{241}\text{Am}$ , isotopo radioattivo  $\alpha$ -emettitore dell'americio. Il decadimento alfa avviene con l'emissione, da parte di un atomo instabile, di una particella  $\alpha$ , composta da due protoni e due neutroni (nucleo di elio).

Il fascio è caratterizzato da un'alta energia e basso potere penetrante, quindi alta densità di ionizzazione, per la quale i nuclei di elio possono cedere parte della loro energia ai pixel circostanti al pixel impattato creando agglomerati di pixel con energia affine detti *cluster*.

La presa dati è stata effettuata in un laboratorio dell'Università degli Studi dell'Insubria, il fascio di particelle alfa è stato diretto sul MIMOTERA e sono stati raccolti 41,000 frame da  $112 \times 112$

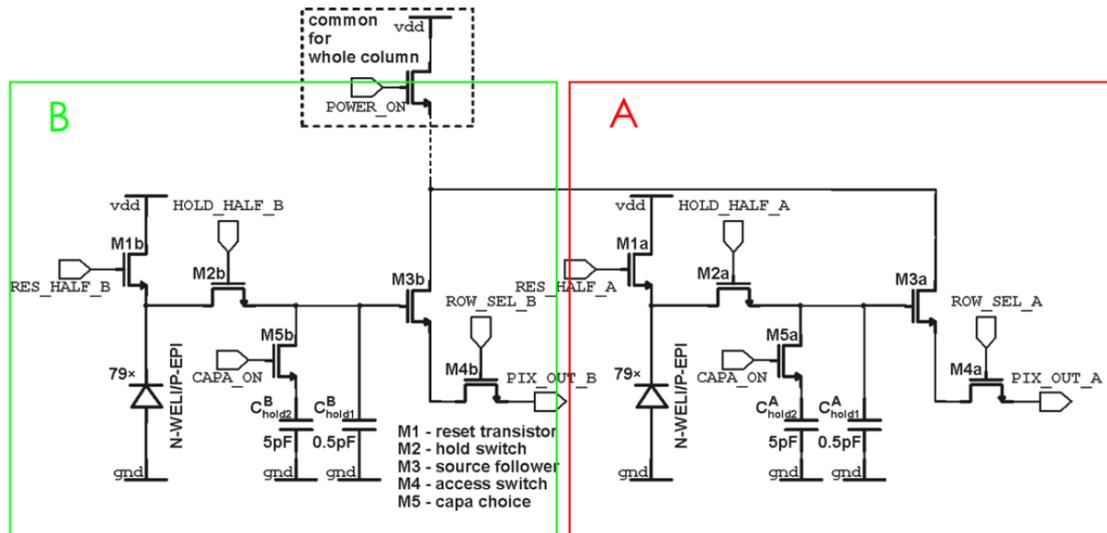


Figura 3.2: Architettura del circuito integrato di lettura del segnale.

pixel per ognuna delle elettroniche A e B. Nella seguente analisi non verranno però considerati i dati raw ma quelli ottenuti sottraendo ad un frame il frame successivo, tecnica comunemente nota come *differential imaging*. Il vantaggio di questo approccio è di essere robusto contro le variazioni del **pedistallo (anche detto rumore di fondo)** e di ottenere una **rudimentale prima eliminazione del rumore**. Di contro si ottengono valori sia positivi che negativi e si ha una perdita di informazione nel caso di accumulo del segnale su uno stesso pixel.

Si hanno quindi a disposizione due matrici di  $112 \times 112 \times 20,500$  dati provenienti dalle due elettroniche che chiameremo rispettivamente matrice A e B. Esse verranno analizzate mediante tre tecniche:

1. **Mappa di intensità**: si procede sommando in valore assoluto le intensità registrate da ogni singolo pixel, ottenendo una mappa dell'energia ricevuta dal sensore, e quindi un'immagine qualitativa dell'emissione della sorgente. Questo metodo ha il vantaggio di fornire una misura diretta dell'intensità ma richiede una calibrazione per **eliminare il rumore** e rendere più chiara l'immagine ottenuta; attraverso la quale sarà possibile determinare le dimensioni della sorgente.

bravo, ben descritto

2. **Mappa di conteggio**: si **da** una codifica binaria (0/1) ai pixel di ogni frame, 1 indica che è stata registrata una particella alfa, viceversa 0 indica l'assenza di segnale. Sommando tutti i frame si ottiene una mappatura in termini di conteggi di segnale. Si ha il vantaggio di ottenere un'indicazione precisa dei pixel colpiti ottenendo quindi una misura del flusso incidente. Essa sarà inoltre priva del rumore, in quanto vengono considerati solo i pixel accesi.
3. **Quantum imaging**: nel terzo ed ultimo metodo proposto, si procede determinando l'esatta posizione dei punti di impatto delle particelle alfa sul sensore. L'insieme dei punti darà la dimensione della radiazione incidente sul rivelatore.

Nel seguito della relazione verranno spiegati in dettaglio i metodi utilizzati per l'analisi e verranno riportati i risultati ottenuti.

### 3.3 Mappa di intensità

Il primo metodo che si è utilizzato per l'imaging del segnale consiste, come preannunciato, nel costruire una mappa d'intensità, sommando frame per frame la matrice  $A$  (risp.  $B$ ).

La matrice, essendo ottenuta tramite differenza di due frame consecutivi, ha sia segnali positivi che negativi. Per questo si sono sommati in valore assoluto i valori assunti dai pixel di ogni singolo frame (eq. 3.1).

$$matrix(i, j) = \sum_{k=1}^{20500} |A(i, j, k)| \quad (3.1)$$

La matrice che ne deriva indica il valore assoluto dell'intensità del segnale di ogni pixel.

Dall'immagine in figura 3.3, ottenuta dalla matrice intensità, si vede chiaramente che il segnale è in parte nascosto dal rumore dovuto all'elettronica ed altri fattori esterni.

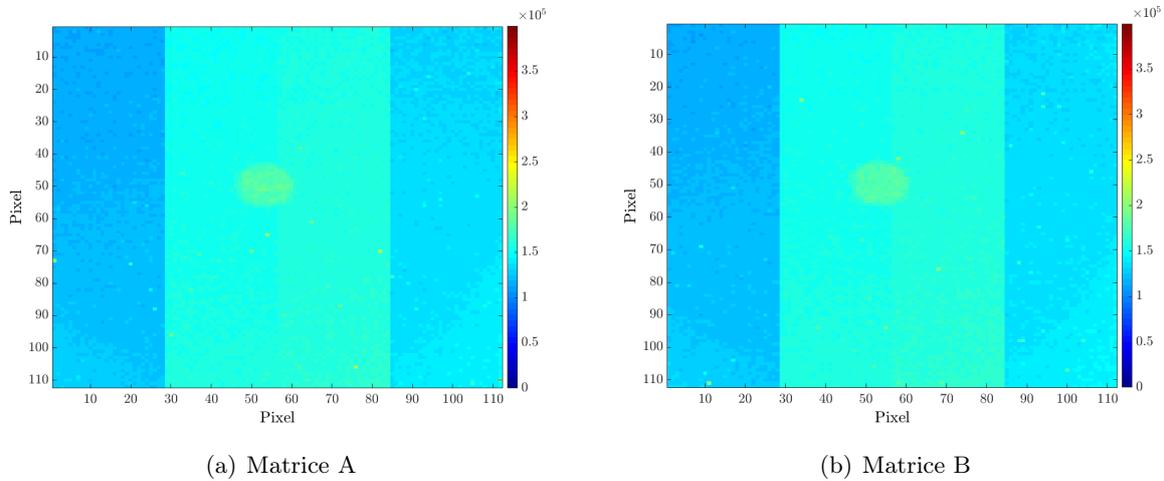


Figura 3.3: Mappe di intensità delle matrici A e B. È evidente la presenza del rumore di fondo. Le bande verticali coincidono con le diverse elettroniche del sensore.

La figura 3.3 mostra inoltre che il rumore non è omogeneo, infatti si possono notare i quattro sotto-array di  $28 \times 112$  pixel in cui è suddiviso il sensore, essi hanno elettroniche diverse e di conseguenza il rumore è diverso in ognuno dei quadranti.

#### 3.3.1 Eliminazione del rumore

In prima approssimazione si è considerato uniforme il rumore di ogni sotto-array. Per ottenerne una stima ( $\rho$ ) si è, per ognuno di essi, considerato una sotto-matrice ( $M$ ) di  $28 \times 28$  pixel, in cui non è presente segnale, e si è calcolata la media aritmetica degli elementi della sotto-matrice: (eq. 3.2)

$$\rho = \frac{\sum_{m=1}^{28} \sum_{n=1}^{28} M(m, n)}{28 \times 28} \quad (3.2)$$

In questo modo si è ottenuta una stima del rumore di fondo di ogni sotto-array. Sottraendo questa stima a ogni elemento del corrispondente quadrante si ottiene una prima eliminazione del rumore (fig. 3.4).

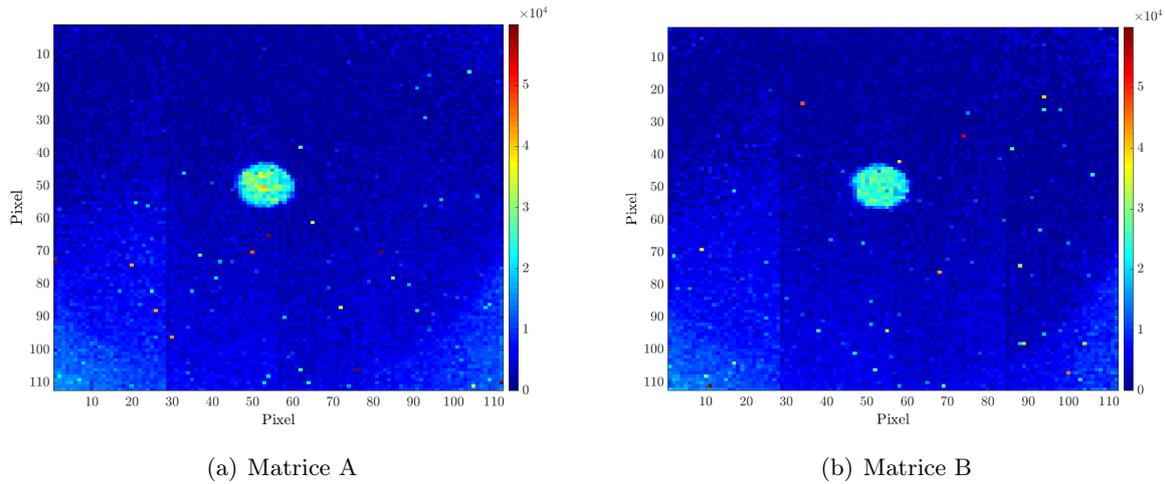


Figura 3.4: Mappe di intensità delle matrici A e B dopo la prima eliminazione del rumore, è evidente la non omogeneità dello stesso luogo ogni sotto-array.

Come si evince dalla figura 3.4 il rumore in ogni quadrante non è affatto omogeneo, ma esso cresce lungo ogni array. Per questo motivo sono stati divisi i quadranti in blocchi da  $7 \times 28$  (in modo tale che in queste sezioni il rumore sia in buona approssimazione omogeneo) e calcolato la media aritmetica del segnale presente in queste sezioni.<sup>3.1</sup> Laddove è presente il segnale di interesse esso è stato scurato in modo tale da non tenerlo in considerazione nel calcolo. Una volta calcolato il rumore di ogni sezione esso è stato sottratto ad ogni elemento della sezione corrispondente e come risultato si è ottenuta l'immagine in figura 3.5.

Il procedimento appena descritto è stato ripetuto tenendo in considerazione sottosezioni di  $4 \times 14$  pixel ottendo l'immagine in figura 3.6.

Ulteriori correzioni con il metodo utilizzato non porterebbero più **sostanziali** miglioramenti alla qualità dell'immagine ottenuta.

hmmmm.... media di ogni pixel su tutti i frame?  
come hai fatto per la regione della sorgente?

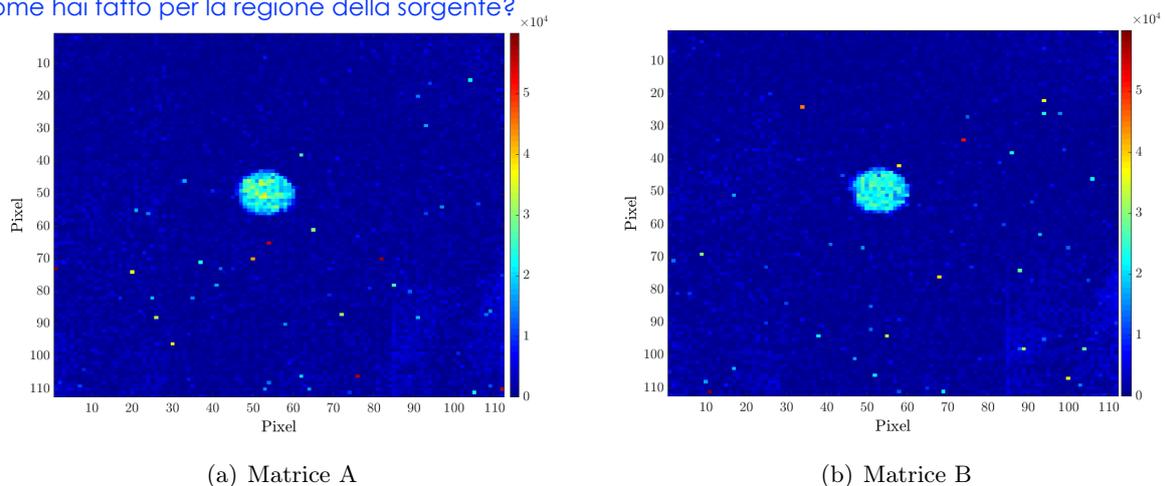


Figura 3.5: Mappe di intensità delle matrici A e B dopo la seconda eliminazione del rumore.

<sup>3.1</sup>La media aritmetica è stata calcolata tenendo conto del valore assoluto degli elementi di queste matrici.

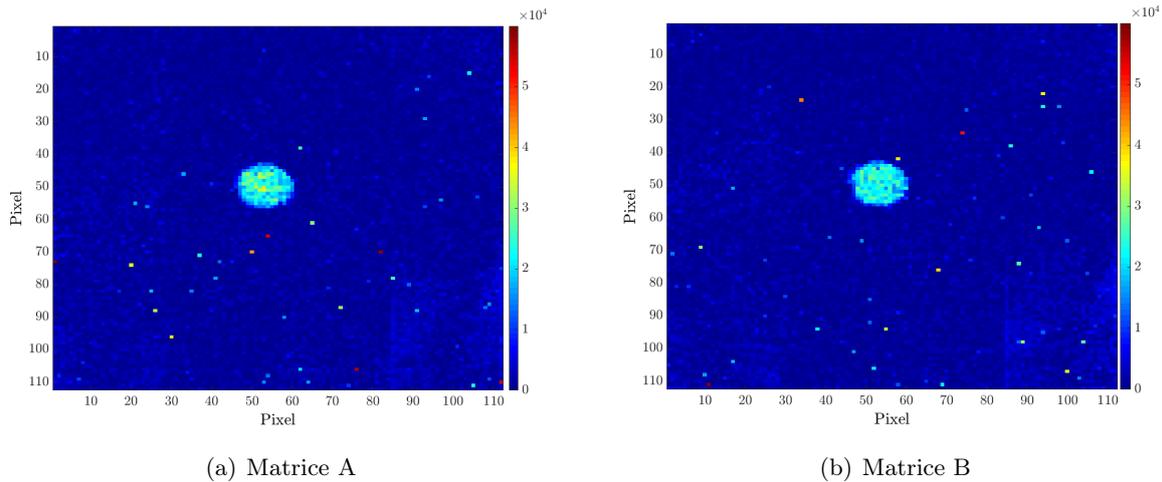


Figura 3.6: Mappe di intensità delle matrici A e B dopo la terza ed ultima eliminazione del rumore.

### 3.3.2 Profilo del segnale

Con i metodi descritti in precedenza si è ottenuta un immagine qualitativa della radiazione emessa dalla sorgente.

Per stimare l'ampiezza del segnale si è considerata la larghezza a metà della massima altezza (FWHM) delle proiezioni del segnale sull'asse x e y (figura 3.7 e 3.8). Per ottenere le proiezioni si sono sommati gli elementi di ogni riga (risp. colonna) della matrice di segnale, ottenendo quindi due vettori di 112 elementi.

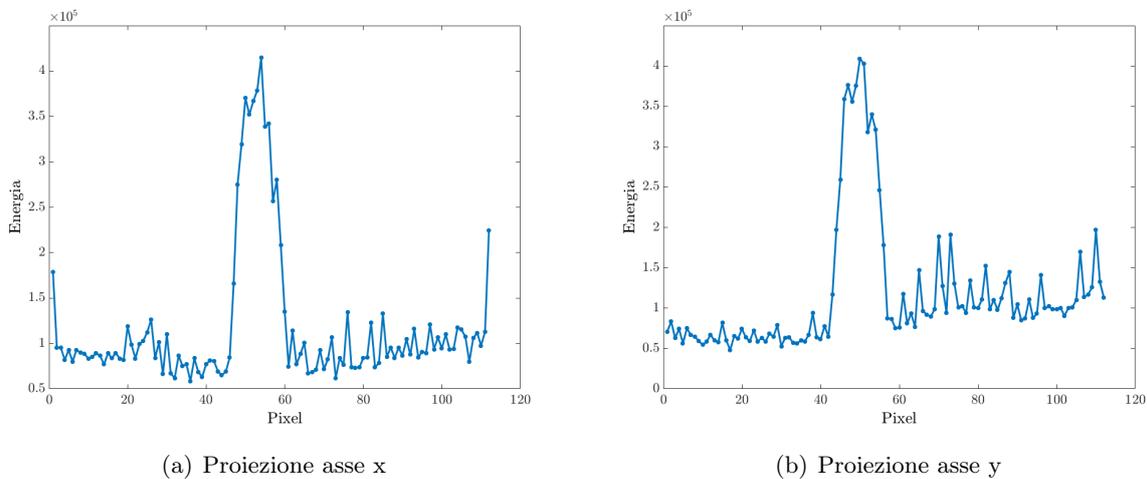


Figura 3.7: Proiezioni della mappa di intensità della matrice A.

La larghezza a metà altezza da una misura quantitativa della larghezza del segnale senza dover fare alcuna assunzione su quale funzione il segnale dovrebbe seguire. Per come è definita la FWHM è poco sensibile a eventuali code estreme della distribuzione e soprattutto ad eventi di fondo casuale (cioè non derivanti dal segnale fisico di interesse).

Data la natura discreta dei dati a disposizione la FWHM è stata determinata prendendo in considerazione i pixel dal valore più vicino a quello di HM. Le dimensioni sono quindi determinate a meno di **1 pixel d'errore** (sovrastimando l'errore al caso peggiore possibile).

Per quanto riguarda la posizione del centro si è considerato il pixel corrispondente al massimo delle proiezioni. I risultati ottenuti sono riportati in tabella 3.1.

	FWHM asse X	FWHM asse Y	Dim. segnale [pixel]	Centro
<b>Matrice A</b>	[47 59]	[44 56]	$13 \times 13$	(54,50)
<b>Matrice B</b>	[47 60]	[44 56]	$14 \times 13$	(51,48)

Tabella 3.1: **Mappa di intensità** **Dimensione** del segnale per le diverse elettroniche. Tra parentesi quadre l'intervallo di pixel in cui è presente il segnale. Tra parentesi tonde le coordinate in pixel del centro.

Il metodo utilizzato per stabilire la larghezza della radiazione proposto in questa sezione è stato utilizzato anche in quelle successive, per questo in seguito ci si limiterà ad esporre i risultati ottenuti.

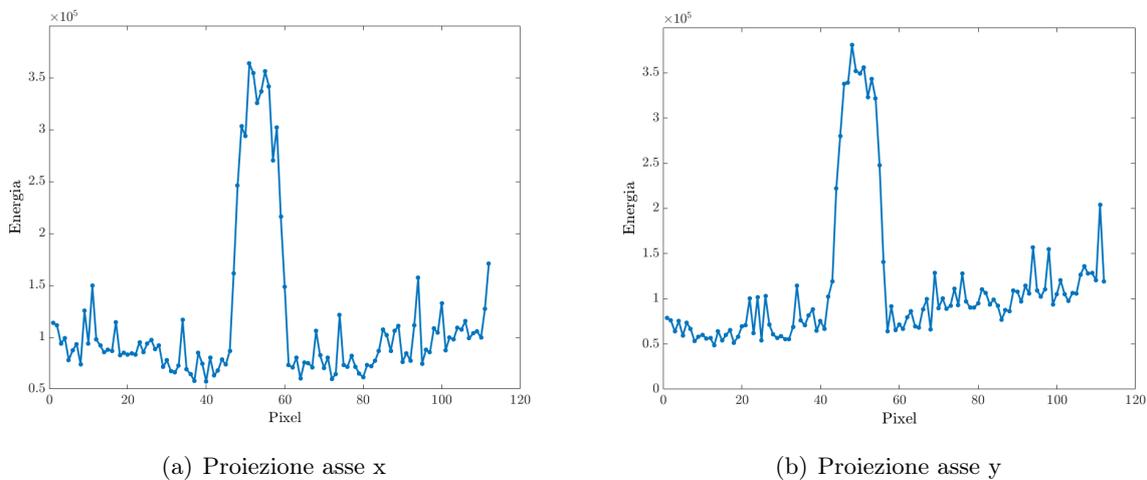


Figura 3.8: Proiezioni della mappa d'intensità della matrice B.

### 3.4 Mappa di conteggio

In questa sezione verrà descritto come è stata ottenuta l'immagine del segnale emesso dalla sorgente attraverso la mappa di conteggio.

Per ognuna delle matrici  $112 \times 112$  viene data ad ogni pixel una codifica binaria: 1 se è stato acceso, 0 se è rimasto spento. Sommando ogni matrice si ottiene il numero di frame in cui un determinato pixel è stato acceso. In questo si ha una misura diretta del flusso del segnale.

Il valore di soglia in base al quale viene deciso se un dato pixel è acceso o spento è dipendente dai valori che assume lo stesso pixel e quindi dal rumore a cui esso è sottoposto.

Il rumore consiste di "fluttuazioni" dovute a proprietà fondamentali della materia e in quanto tali di origine interna e non eliminabili. Esso si manifesta nella forma di segnali casuali il cui andamento nel tempo non è descrivibile analiticamente, ma solo in termini statistici.

In genere il rumore, essendo intrinsecamente stocastico, viene analizzato usando la teoria dei processi stocastici. Si assume perciò che il rumore sia stazionario, cioè che abbia proprietà invarianti nel tempo. Perché sia possibile trattare il rumore bisogna che se ne possa associare una qualche distribuzione di probabilità: in questo caso si ipotizza che il rumore sia distribuito in modo gaussiano (3.10).

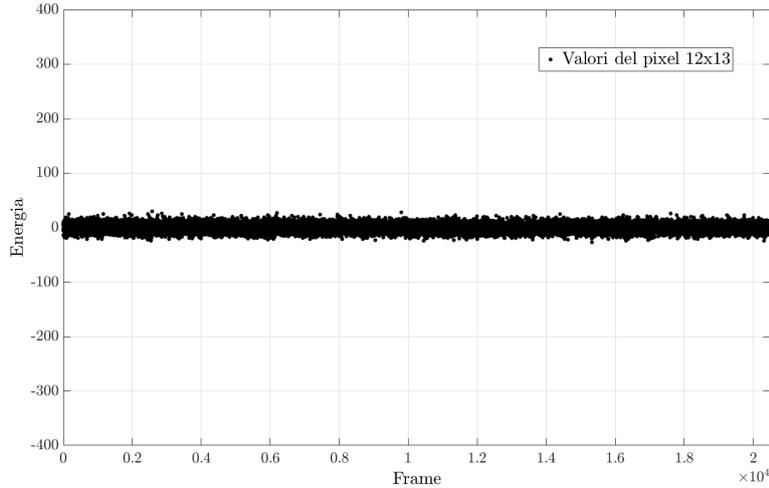


Figura 3.9: Evoluzione temporale dei valori assunti dal pixel (12,13). Esso è sempre rimasto spento e i valori assunti si distribuiscono in maniera gaussiana.

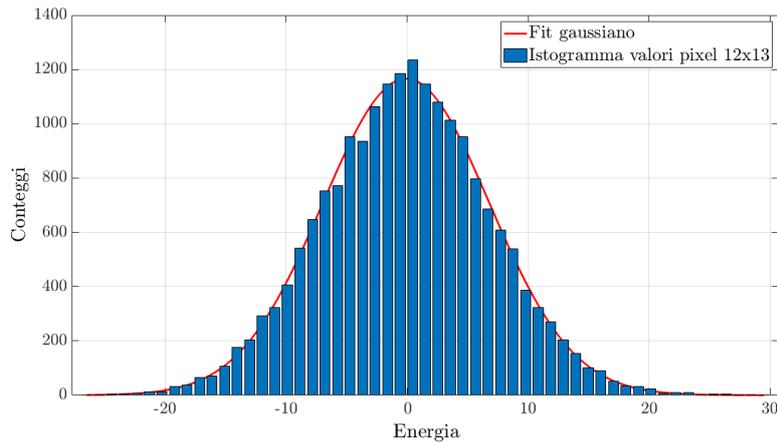


Figura 3.10: Istogramma di frequenza delle energie assunte dal pixel (12,13). L'istogramma è ben fittato da una gaussiana, avvalorando l'ipotesi fatta sulla distribuzione del rumore elettronico.  $R^2 = 0.996$ ,  $\tilde{\chi}^2 = 1.27$ .

Per prima cosa sono stati esclusi dal calcolo tutti i valori assunti da un dato pixel con modulo eccedente di **3 standard deviazioni la media**<sup>3.2</sup>. In questo vengono esclusi i pixel accesi dal calcolo del rumore. Con questo set di dati ridotto si è quindi stimato il valor medio ( $\mu_{i,j}$ ) del rumore di ogni pixel come media aritmetica del segnale (eq. 3.3) e la deviazione standard ( $\sigma_{i,j}$ ) come scarto quadratico medio (eq. 3.4).

$$\mu_{i,j} = \frac{\sum_{k=1}^n A(i,j,k)}{n} \quad (3.3)$$

Dove  $n$  è il numero di pixel rimasti dopo l'esclusione di quelli accesi.

$$\sigma_{i,j} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (A(i,j,k) - \mu_{i,j})^2}{n-1}} \quad (3.4)$$

<sup>3.2</sup>Calcolati come media aritmetica e scarto quadratico medio di tutti valori assunti dal pixel.

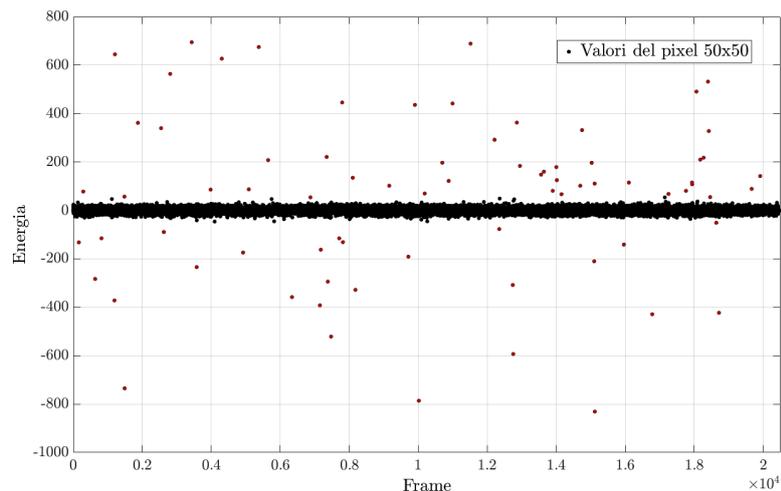


Figura 3.11: Evoluzione temporale dei valori assunti dal pixel (50,50). In nero il rumore elettronico, rosso i valori assunti dal pixel quando acceso.

Tornando al set di dati completo, se il valore di un pixel in un frame si discosta dalla media di più di 5 standard deviazioni il segnale non è riconducibile al rumore e si dà la codifica 1, viceversa si considera il segnale del pixel dovuto al rumore e diamo la codifica 0.

Nelle figure 3.9 e 3.11 è mostrata l'evoluzione temporale del segnale di un pixel colpito dalla radiazione e di uno non colpito. Sommando tutti i frame binari ottenuti si ottiene la mappa di conteggi riportata in figura 3.12.

peccato non aver fatto un fit ellittico!

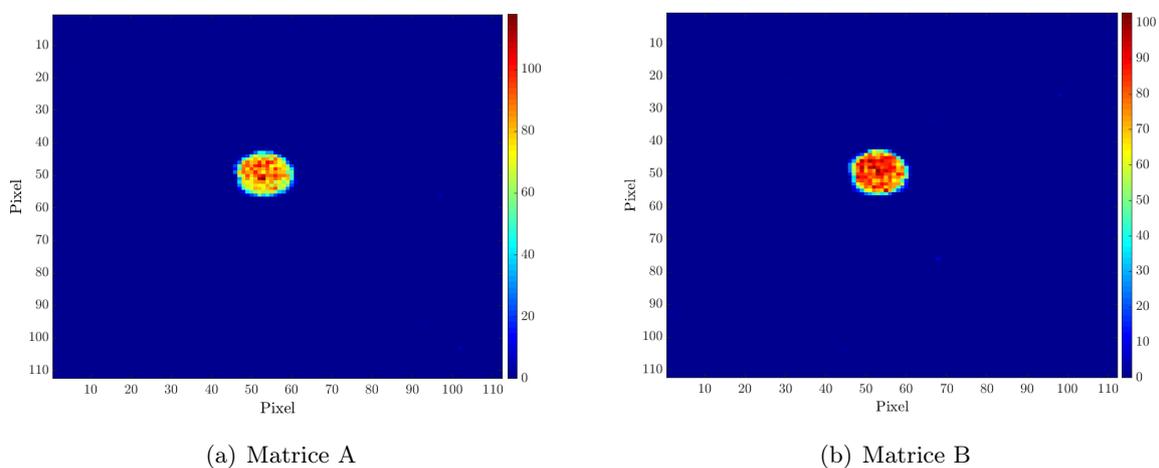


Figura 3.12: Mappe di conteggio per la matrice A e B. È ben evidente il profilo del segnale, il vantaggio di questo metodo è la completa eliminazione del rumore elettronico.

### 3.4.1 Profilo del segnale

L'analisi effettuata per determinare le dimensioni della sorgente è identica a quella effettuata per la mappa di intensità. In tabella 3.2 sono riportati i risultati ottenuti.

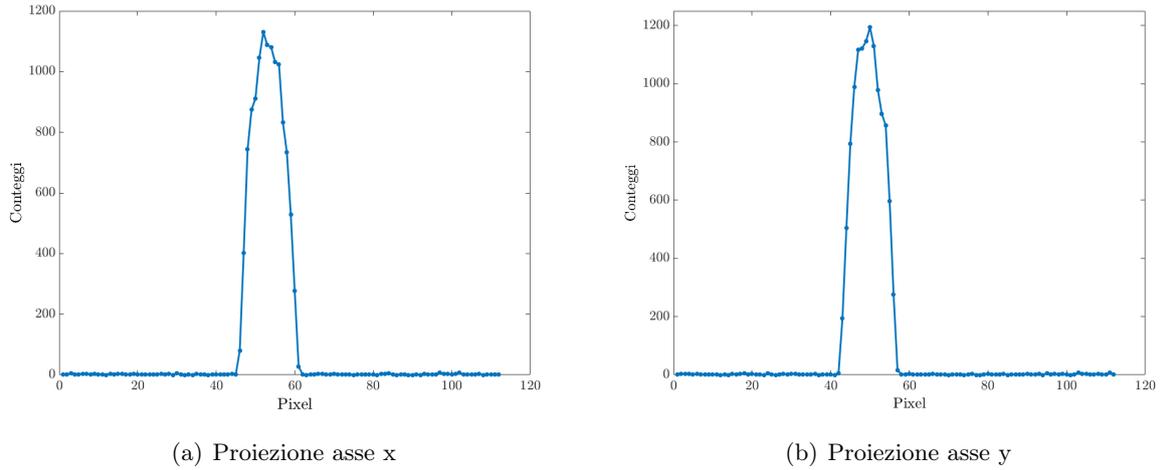


Figura 3.13: Proiezioni della mappa di conteggio della matrice A.

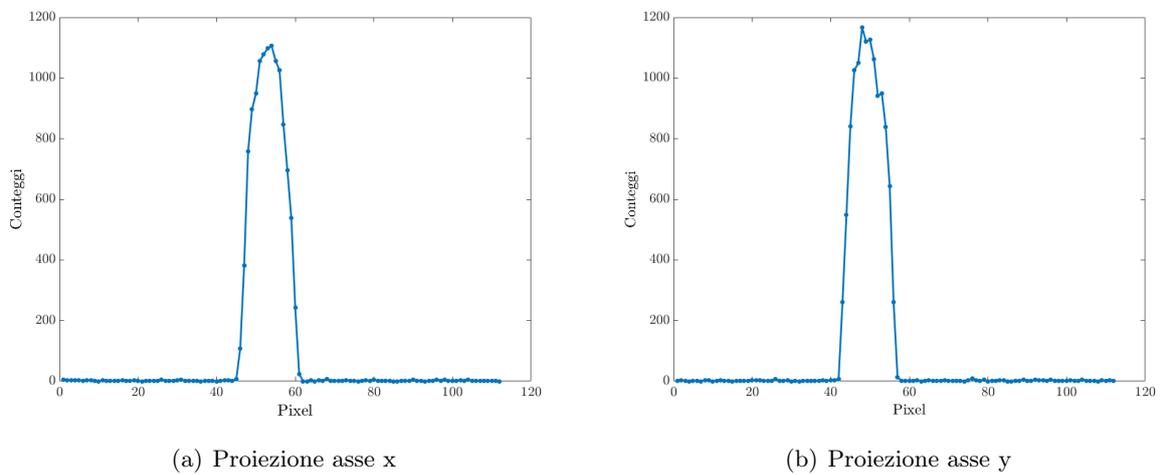


Figura 3.14: Proiezioni della mappa di conteggio della matrice B.

	FWHM asse X	FWHM asse Y	Dim. segnale [pixel]	Centro
<b>Matrice A</b>	[47 59]	[44 55]	$13 \times 12$	(52,50)
<b>Matrice B</b>	[47 59]	[44 55]	$13 \times 12$	(54,48)

Tabella 3.2: **Mappa di conteggio** Dimensione del segnale per le diverse elettroniche. Tra parentesi quadre l'intervallo di pixel in cui è presente il segnale. Tra parentesi tonde le coordinate in pixel del centro.

### 3.5 Quantum imaging

In questa sezione verrà descritto come dalle matrici binarie con la codifica acceso/spento descritta in precedenza si è costruita la mappa delle posizioni d'impatto.

La procedura utilizzata verrà descritta per il singolo frame  $112 \times 112$  (quindi per un dato istante) e si sottointende che è stata ripetuta per ognuno dei 41,000 (elettroniche A e B) frame a disposizione.

Le particelle  $\alpha$  non compiono lunghi cammini nella materia e per questo, una volta colpito

il sensore, possono verificarsi due casi:

- Dato un pixel acceso se tutti i pixel **adiacenti** ad esso sono spenti, si considera come punto di impatto il centro del pixel acceso.
- Se due o più pixel adiacenti segnalano un evento essi vengono considerati come componenti di un *cluster*. Come punto di impatto si prende il baricentro  $(X_i, Y_i)$  dei pixel appartenenti al cluster, pesato sulle le intensità misurate dai singoli pixel (eq. 3.5 e 3.6, dove  $i$  è l'indice di cluster e  $n$  il numero di pixel che formano il cluster).  
Solamente i pixel con lati in comune vanno a formare un cluster, quelli con solo i vertici in comune vengono considerati eventi differenti.

$$X_i = \frac{\sum_{k=1}^n x_k E_k}{\sum_{k=1}^n E_k} \quad (3.5)$$

$$Y_i = \frac{\sum_{k=1}^n y_k E_k}{\sum_{k=1}^n E_k} \quad (3.6)$$

È quindi molto importante definire un corretto algoritmo per la ricerca e la definizione dei cluster, l'algoritmo è stato realizzato attraverso **Matlab** ed il funzionamento verrà spiegato nel dettaglio.

### 3.5.1 Algoritmo di clustering

Nella ricerca dei cluster si è per semplicità utilizzato le matrici binarie generate per ottenere la mappa di conteggio, associando ad ogni pixel acceso il corrispettivo valore di energia rivelata dal sensore.

È importante distinguere i pixel associati ad energie negative e quelli associati ad energie positive. Questo perchè in via teorica, per il modo in cui sono stati lavorati i dati (*differential imaging*), si potrebbero ottenere cluster formati da "eventi a energia positiva" e "eventi a energia negativa", il che porterebbe ad un errore in quanto si considererebbero in un unico cluster eventi differenti. Per questo motivo sono stati analizzati separatamente i pixel caratterizzati da energia positiva e quelli da energia negativa.

Per la ricerca dei cluster si utilizza una funzione ricorsiva:

1. L'algoritmo partendo dal pixel di coordinate (1,1) scannerizza riga per riga il valori assunti dai pixel, se un dato pixel è "spento" controlla l'elemento successivo della riga.
2. Se l'algoritmo trova un pixel "acceso" salva la sua posizione in un *cell-array* dove ogni cella rappresenta un *cluster*, e ne sovrascrive il valore ponendolo 0 (in modo da non salvare più volte la posizione di uno stesso pixel).  
Se almeno un pixel adiacente ha valore 1 l'algoritmo si sposta su uno di essi e ne salva la posizione nel cluster, azzerandone il valore. Il pixel di provenienza viene salvato come "bivio" in modo da poter controllare successivamente anche le altre direzioni. Il controllo sui pixel adiacenti viene iterato fino a quando non si trova un pixel i cui intorno sono tutti spenti, a questo punto l'algoritmo torna all'ultimo "bivio" salvato in memoria e ricomincia l'iterazione. Controllate tutti tutte le diramzioni e quindi esauriti gli elementi del cluster l'algoritmo torna a scannerizzare il frame dal pixel successivo al primo salvato.

In questo modo si è ottenuto un *cell-array* dove in ogni cella sono salvate le coordinate degli elementi di un cluster. Calcolando il baricentro dei pixel appartenenti a un cluster si ottiene il punto di impatto della particella  $\alpha$  che ha generato il segnale.

Il codice dell'algoritmo e ulteriori commenti sono riportati in appendice.

### 3.5.2 Punti di impatto

Per costruire la mappa dei punti di impatto si sono semplicemente rappresentati gli stessi in un grafico (figura 3.15). È interessante notare che si ha comunque una discretizzazione nella granularità dei punti, la maggior parte dei cluster è infatti formata da un singolo pixel. **Sono molto rari i cluster formati da due o più oggetti.** sarebbe stato utile sapere che frazione..

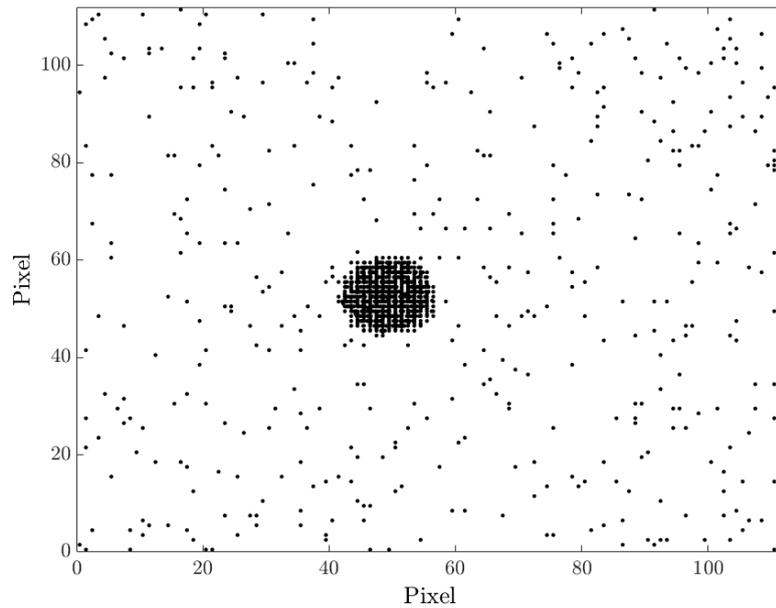


Figura 3.15: Mappa dei punti di impatto: ogni punto rappresenta il baricentro di un cluster. Si può notare discretizzazione della distanza tra i punti causata dalla granularità del sensore.

Per poter costruire un'immagine del profilo spaziale della radiazione si è costruito un istogramma di frequenza tridimensionale (figura 3.16). La granularità scelta per i bin dell'istogramma è quella del pixel: come detto in precedenza i cluster formati da più pixel sono rari, **scegliendo** bin più piccoli non si hanno miglioramenti nella risoluzione dell'immagine.

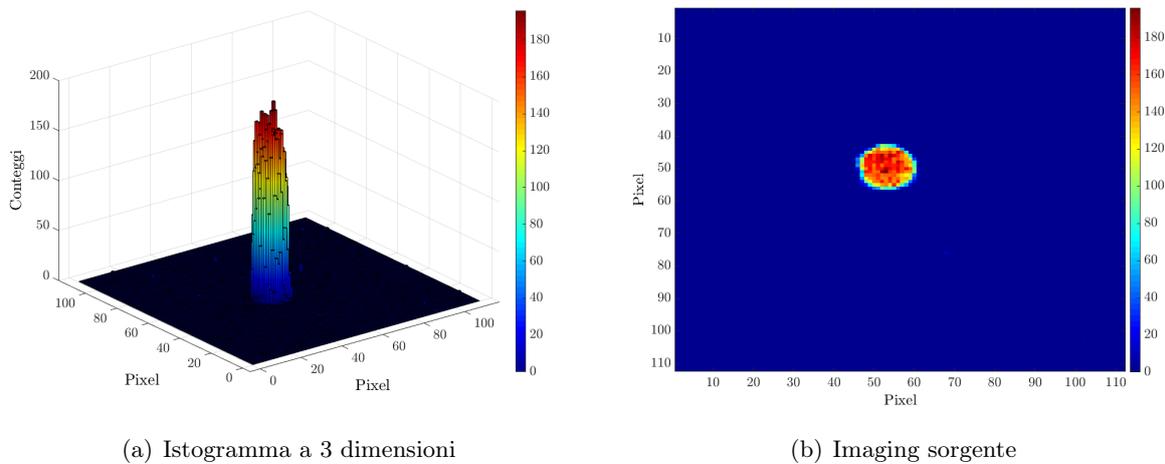


Figura 3.16: Istogramma dei punti di impatto delle particelle  $\alpha$  incidenti sul sensore. A sinistra vista a 3 dimensioni, a destra imaging della sorgente: i colori codificano l'altezza dei bin dell'istogramma.

### 3.5.3 Profilo del segnale

L'analisi effettuata per determinare le dimensioni della sorgente è identica a quella effettuata per la mappa di intensità e la mappa di conteggio. In tabella 3.3 sono riportati i risultati ottenuti.

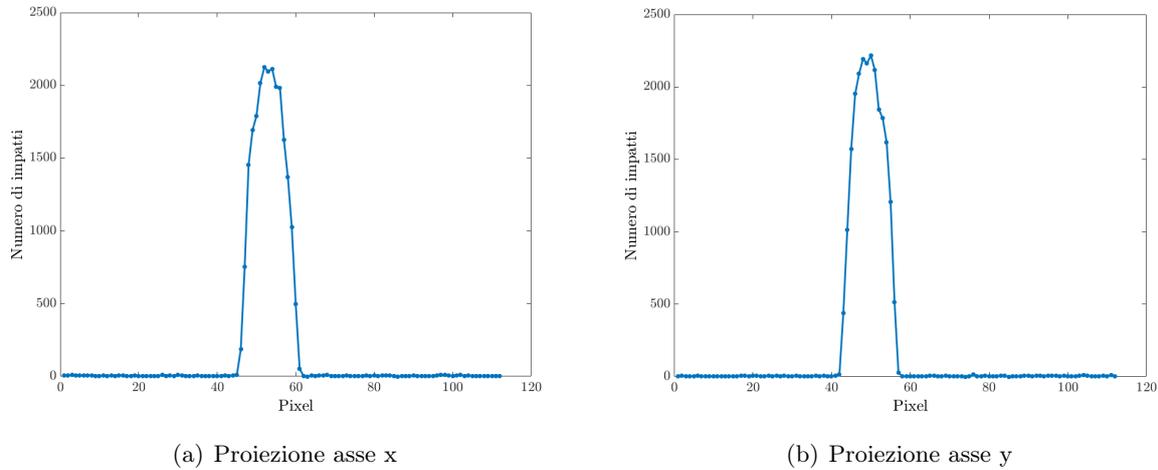


Figura 3.17: Proiezioni dell'immagine ottenuta dai punti di impatto.

	FWHM asse X	FWHM asse Y	Dim. segnale [pixel]	Centro
<b>Matrice A &amp; B</b>	[47 59]	[44 55]	13 × 12	(52,50)

Tabella 3.3: **Quantum imaging** Dimensione del segnale. Tra parentesi quadre l'intervallo di pixel in cui è presente il segnale. Tra parentesi tonde le coordinate in pixel del centro.

## 3.6 Conclusioni

Dai risultati ottenuti si può concludere che tra mappa di intensità e mappa dei conteggi la seconda sia più accurata. Il rumore infatti viene eliminato pixel per pixel, a differenza di quanto avviene per il primo metodo.

Per quanto riguarda l'immagine e le dimensioni ottenute utilizzando la mappa degli impatti, essi non differiscono in maniera apprezzabile dai risultati secondo metodo. Questo si può attribuire al fatto che, come anche accennato in precedenza, la maggior parte dei *cluster* è formato da un solo pixel. Anche in quelli formati da due o più pixel, è raro che il punto di impatto venga spostato tra un pixel e l'altro.

In questo caso è quindi sostanzialmente indifferente considerare i singoli pixel, oppure i rispettivi punti di impatto. hmmm...

Infine nella tabella 3.4 vengono riassunti i risultati ottenuti con i vari metodi proposti, le dimensioni questa volta sono espresse in millimetri.

	Asse X [mm]	Asse Y [mm]	Centro	Analisi
<b>Matrice A</b>	$1.989 \pm 0.153$	$1.989 \pm 0.153$	(54,50)	Mappa di intensità
<b>Matrice B</b>	$2.142 \pm 0.153$	$1.989 \pm 0.153$	(51,48)	
<b>Matrice A</b>	$1.989 \pm 0.153$	$1.836 \pm 0.153$	(52,50)	Mappa dei conteggi
<b>Matrice B</b>	$1.989 \pm 0.153$	$1.836 \pm 0.153$	(54,48)	
<b>Matrice A &amp; B</b>	$1.989 \pm 0.153$	$1.836 \pm 0.153$	(52,50)	Quantum imaging

Tabella 3.4: Risultati ottenuti con le varie metodologie di analisi.

### 3.7 Appendice - Algoritmo di clustering

Si riporta in seguito il codice esatto utilizzato per la ricerca e la definizione dei cluster:

```

1  % Carica le matrici di dati: sono le matrici ottenute dalla mappa
    dei conteggi con al posto del valore 1 l'energia del pixel. Si
    sono separati i frame con pixel a energia positiva e quelli con
    i pixel a energia negativa.
2  load('DiffA_quantum.mat');
3  load('DiffB_quantum.mat');
4  Diff=cat(3,DiffA,DiffB);
5  hitCount=1; % Inizializza l'indice dei punti di impatto
6
7  for z=1:size(Diff,3) % Ciclo sui frame
8      dimMatrix=size(Diff(:,:,z),1);
9      matrix=zeros([dimMatrix+2,dimMatrix+2]);
10     matrix(2:dimMatrix+1,2:dimMatrix+1)=Diff(:,:,z); % Aggiunge un
        bordo di zeri alla matrice da analizzare, per impedire
        errori
11     k=1; % Inizializza l'indice di cluster
12
13     if ~isempty(find((Diff(:,:,z)~=0), 1)) % Se il frame ha pixel
        accesi si inizia il controllo
14
15         % I cicli esterni controllano posizione per posizione lo
        stato di accensione di ogni pixel
16         for i=2:dimMatrix+1
17             for j=2:dimMatrix+1
18                 addr=zeros; % Inizializza la variabile degli
                    indirizzi
19                 % Se trova un pixel acceso entra nel loop di
                    controllo:
20                 if matrix(i,j)~=0
21                     npixel=1; % Contatore numero di pixel nel
                        cluster
22                     addr(npixel,1:3)=[i,j,matrix(i,j)]; %Salva la
                        posizione del pixel acceso
23                     matrix(i,j)=0; % Azzera valore pixel acceso (
                        per evitare di ricontrollarlo)
24                     m=1; % Contatore cicli while
25                     l=1; % Contatore bivii
26                     bivio=[]; % Genero un vettore per salvare
                        coordinate di un bivio
27                     while (m==npixel) % Se m è diverso da npixel si
                        esce dal loop. Questo accade se non ci sono
                        pixel accesi nei dintorni e se non ci sono
                        bivi da ricontrollare
28                         m=m+1;
29                         % Controlla se ci sono più direzioni
                            possibili e salva le coordinate del
                            bivio:
30                         if sum([matrix(i-1,j)~=0, matrix(i,j+1)~=0,
                                matrix(i,j-1)~=0, matrix(i+1,j)~=0]) >1

```

```

31         bivio(1)=j+1000*i; % Per salvare in un
           unico valore la coordina x e y
32         l=l+1;
33     end
34     % Controlla le 4 direzioni una per una e si
           sposta nella prima in cui trova il
           pixel acceso
35     if matrix(i-1,j)~=1
36         npixel=npixel+1; % Aumenta contatore
           numero di pixel nel custer
37         i=i-1; % Sposta il controllo nella
           posizione
38         addr(npixel,1:3)=[i,j,matrix(i,j)]; %
           Salva indirizzo ed energia del pixel
           nella variabile addr
39         matrix(i,j)=0;
40
41     elseif matrix(i,j+1)~=1
42         npixel=npixel+1;
43         j=j+1;
44         addr(npixel,1:3)=[i,j,matrix(i,j)];
45         matrix(i,j)=0;
46
47     elseif matrix(i,j-1)~=1
48         npixel=npixel+1;
49         j=j-1;
50         addr(npixel,1:3)=[i,j,matrix(i,j)];
51         matrix(i,j)=0;
52
53     elseif matrix(i+1,j)~=1
54         npixel=npixel+1;
55         i=i+1;
56         addr(npixel,1:3)=[i,j,matrix(i,j)];
57         matrix(i,j)=0;
58
59     else
60         % Se in nessuna delle 4 direzioni c'è
           un pixel acceso e se il vettore
           bivio non è vuoto torno indietro all
           'ultimo bivio e ripeto il controllo
           while
61         if isempty(bivio)~=1
62             i=floor(bivio(end)/1000);
63             j=bivio(end)-1000*i;
64             bivio(end)=[]; % Cancella ultimo
           bivio in modo da poter
           riutilizzare questa posizione
           del vettore
65             l=l-1; % Diminuisce il contatore
           dei bivii
66             m=m-1; % Diminuisce contatore m per

```

```

67                                     non uscire dal loop (si è fatto
68                                     un loop senza trovare nuovi
69                                     pixel, ma si deve tornare
70                                     indietro a controllare i bivii)
71                                     end
72                                     end
73                                     % Se il vettore bivio è vuoto e non ci sono
74                                     altri pixel accesi si esce dal ciclo
75                                     end
76                                     cluster(k)={addr}; % Salva le coordinate dei
77                                     pixel che compongono un cluster in un cell
78                                     array
79                                     k=k+1; % Aumenta contatore cluster
80                                     i=addr(1,1);
81                                     j=addr(1,2);% Ritorna alle coordinate del primo
82                                     pixel del cluster per riprendere il
83                                     controllo sequenziale della matrice
84                                     end
85                                     end
86                                     end
87                                     % Finito il controllo sequenziale della matrice si
88                                     calcolano i baricentri dei cluster e si salvano i
89                                     risultati in un vettore (hitPoint):
90                                     barycenter=cell(1,length(clusters));
91                                     for i=1:length(clusters)
92                                     for k=1:size(clusters{i},1)
93                                     clusters{i}(k,1:2)=(clusters{i}(k,1:2)-1.5)*
94                                     clusters{i}(k,3); %La posizione 3 è l'energia,
95                                     la posizione 1 e 2 le coordinate del pixel a cui
96                                     si sottrae 1.5 per prendere il centro (la
97                                     matrice è shiftata di 1)
98                                     end
99                                     clusters{i}=sum(clusters{i},1);
100                                    barycenter(i)={clusters{i}/clusters{i}(1,3)};
101                                    barycenter{i}(3)=[];
102                                    hitPoint(hitCount,:) = barycenter{i};
103                                    hitCount=hitCount+1;
104                                    end
105                                    end
106                                    clear('barycenter','clusters','matrix') % Pulisce le variabili
107                                    per riprendere il controllo di un'altra matrice
108                                    end

```

L'algoritmo prima di essere implementato è stato testato su una serie di matrici di prova di dimensione  $112 \times 112$  generate casualmente. Le matrici di prova vengono generate piene al 20%. Il codice impiega 110.7 S a controllarne sequenzialmente 10,000, con una media di 0.011 S a matrice. Per matrici piene allo 0.1% il tempo totale si riduce a 31.5 S e il tempo medio a 0.0032 S.

Nelle figure 3.18, 3.19 e 3.20 sono proposti alcuni esempi dei risultati ottenuti dall'algoritmo per matrici  $20 \times 20$  (per questione di visualizzazione) con riempimenti differenti.

molto bello!

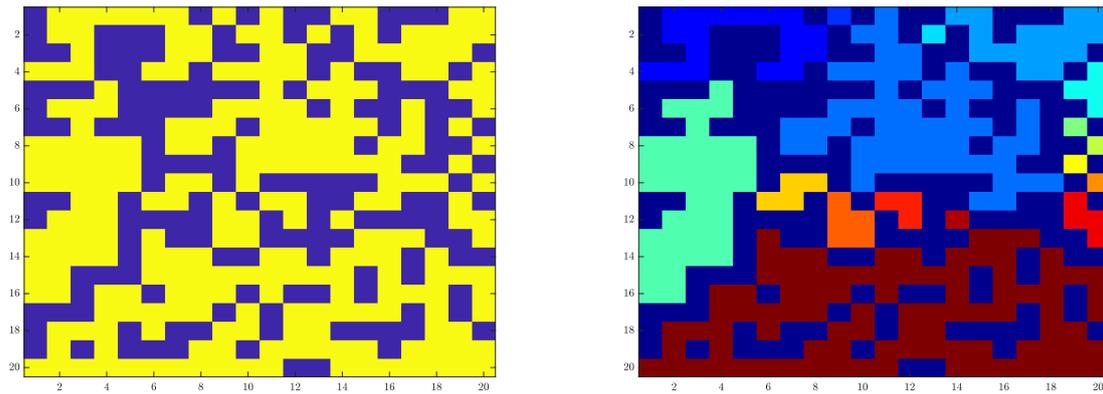


Figura 3.18: A sinistra matrice di prova piena al 60%, i pixel gialli sono accesi mentre i pixel blu sono spenti. A destra i colori distinti mettono in evidenza i vari cluster riconosciuti dall'algorithm.

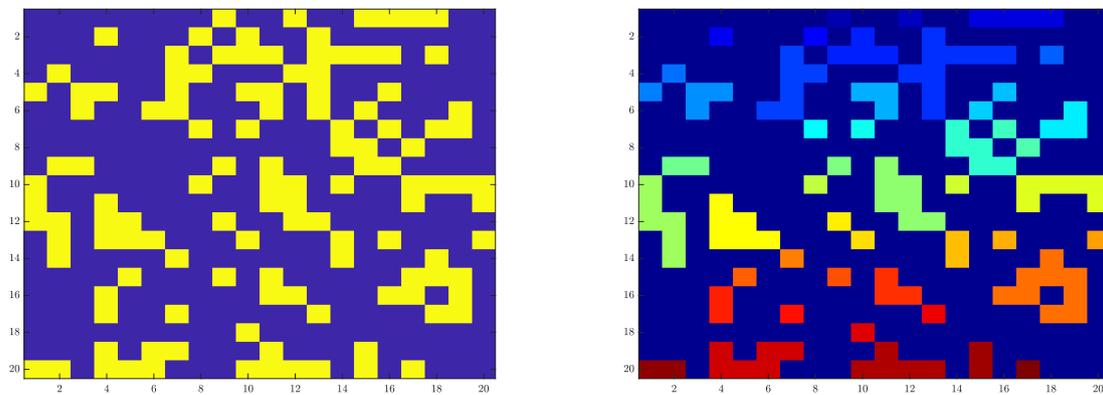


Figura 3.19: A sinistra matrice di prova piena al 30%, i pixel gialli sono accesi mentre i pixel blu sono spenti. A destra i colori distinti mettono in evidenza i vari cluster riconosciuti dall'algorithm.

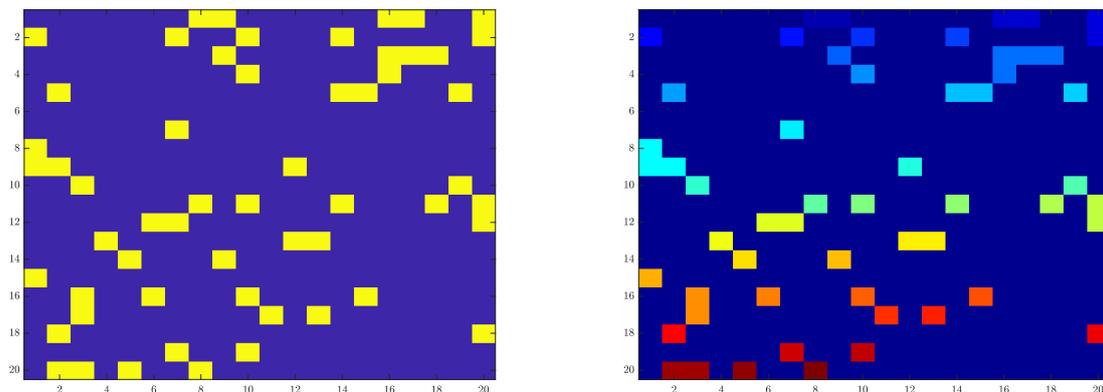


Figura 3.20: A sinistra matrice di prova piena al 15%, i pixel gialli sono accesi mentre i pixel blu sono spenti. A destra i colori distinti mettono in evidenza i vari cluster riconosciuti dall'algorithm.

## Riferimenti bibliografici

- [1] Caccia, Massimo. *The MIMOTERA: a monolithic pixel detector for real-time beam imaging and profilometry*.
- [2] Taylor, John Robert. *Introduzione all'analisi degli errori: lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*. Zanichelli, 1986.
- [3] Caccia, M., Santoro, R. and Antonello M. *A method for the dynamic range extension of a pixelated Silicon detector beam profilometer based on the incomplete reset mechanism*. Journal of Instrumentation 12.03 (2017): C03033.
- [4] Aghion, Stefano, et al. *Detection of low energy antiproton annihilations in a segmented silicon detector*. Journal of Instrumentation 9.06 (2014): P06020.

## 4 Caratterizzazione fotorivelatore SiPM s13360-1350cs

### 4.1 Introduzione

Un Silicon Photon Multiplier è un sensore costituito da una matrice di fotodiodi a valanga (*Avalanche Photo Diode*, APD) (fig. 4.2) collegati in parallelo tra loro e operanti in modalità Geiger. Ciascuno è collegato in serie ad una resistenza (di *quenching*,  $R_q$ ) utile ad evitare danneggiamenti dello strumento limitando la corrente.

Un fotodiodo a valanga è un particolare tipo di fotodiodo utilizzato come sensore ottico sfruttando l'effetto fotovoltaico. Esso è in grado cioè, per alcune determinate lunghezza d'onda dell'onda elettromagnetica incidente, di trasformare l'assorbimento di un fotone in un segnale elettrico di corrente quando ai suoi estremi è applicato un opportuno potenziale elettrico (*bias voltage*).

Un APD è caratterizzato da quattro layer di materiale semiconduttore drogati asimmetricamente:

- Zona  $p^+$ : semiconduttore fortemente drogato con atomi accettori (densità accettori  $> 10^5 \text{ atomi}/\mu\text{m}^3$ );
- Zona  $i$ : semiconduttore intrinseco;
- Zona  $p$ : semiconduttore drogato con atomi accettori in quantità minore rispetto alla zona  $p^+$ ;
- Zona  $n^+$ : semiconduttore fortemente drogato con atomi donatori (densità donatori  $> 10^5 \text{ atomi}/\mu\text{m}^3$ ).

Quando polarizzato inversamente (cioè quando il potenziale applicato alla zona  $p^+$  è minore di quello applicato alla zona  $n^+$ ) la zona di svuotamento del fotodiodo si allarga e tra la zona  $p^+$  e  $n^+$  si crea un forte campo elettrico. A causa dell'assorbimento di un fotone sufficientemente energetico incidente sul materiale si ha il passaggio di un elettrone dalla banda di valenza alla banda di conduzione (generando una coppia elettrone-lacuna) che venendo accelerato dal campo elettrico presente nella giunzione guadagna un'energia sufficiente per dissociare altre coppie elettrone-lacuna creando così un processo a valanga (fig. 4.1).

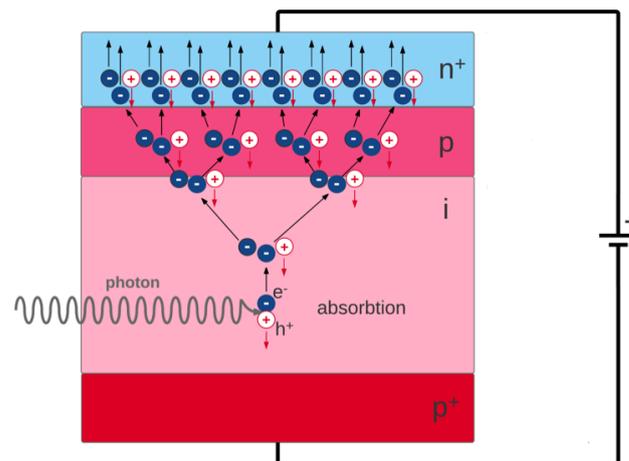


Figura 4.1: Differenti layer di un fotodiodo a valanga polarizzato inversamente. È visualizzato schematicamente il processo di assorbimento del fotone, il processo di ionizzazione e la formazione della valanga. La traiettoria degli elettroni è rappresentata dalle frecce nere, quella delle lacune dalle frecce rosse.

Le cariche primarie vengono generate per effetto fotovoltaico nella zona intrinseca. La zona  $p$  permette l'effetto moltiplicativo (o di guadagno) delle cariche dette secondarie cioè quelle che generano la corrente prodotta dal fotodiiodo. Un APD è dunque un trasduttore da un segnale ottico ad un segnale elettrico, e quando opera in questo modo si dice in modalità Geiger.

Il tempo di innesco della valanga è circa 1 nS, mentre il tempo caratteristico di discesa (che è esponenziale)  $\tau = R_q C_d$  è dell'ordine di decine di nanosecondi (dove  $C_d$  è la capacità della regione di svuotamento). La tensione di alimentazione inversa, il *bias voltage* ( $V_{bias}$ ), è superiore del 10%/20% al *breakdown voltage* ( $V_{breackdown}$  o *BDV*) del singolo APD.

Il segnale in uscita è dunque la somma analogica dei segnali dei singoli APD e in linea teorica, se il sensore non è saturo, il SiPM fornisce un segnale elettrico proporzionale al numero di fotoni incidenti. **Essendo tuttavia un dispositivo elettronico, esso non è esente dal rumore che in generale può dipendere dalla temperatura, dal valore della tensione di alimentazione e dalle impurezze presenti nel materiale semiconduttore.**

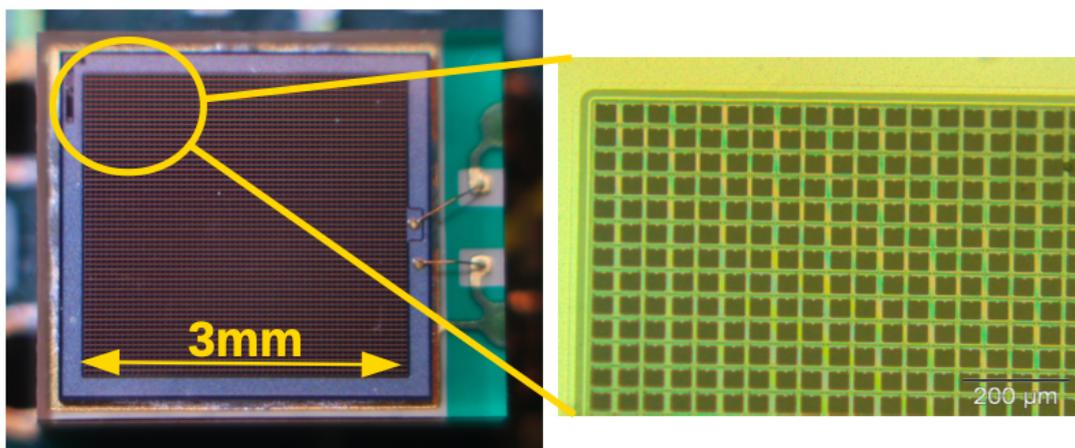


Figura 4.2: Esempio di rivelatore SiPM, ogni quadrato nella magnificazione rappresenta un singolo fotodiiodo.

Il principali effetti che contribuiscono al rumore sono i seguenti:

1. **Dark counts:** Falsi segnali dovuti a elettroni liberi generati per effetto **termoelettrico**: data la bassa energia di **ionizzazione** del silicio un elettrone può passare dalla banda di valenza alla banda di conduzione a causa dell'agitazione termica, la scarica provocata è del tutto simile a quella generata da un fotone incidente. Il *Dark Counts Rate*. (DCR) stabilisce il numero di fenomeni enll'unità di tempo; l'effetto è fortemente dipendente dalla temperatura, portando il rivelatore a temperature di lavoro minori il rumore si riduce notevolmente.
2. **Optical cross-talk:** Durante la valanga possono essere prodotti fotoni secondari (con frequenza tipicamente negli infrarossi), questi propagando in un fotodiiodo adiacente innescano una nuova scarica, portando così alla misurazione di più eventi a fronte di un singolo fotone effettivo incidente. Come nel caso precedente è impossibile distinguere il rumore dal segnale puro.
3. **After pulsing:** Durante la valanga alcuni fotoelettroni possono rimanere intrappolati nelle impurità del semiconduttore, questi possono essere rilasciati dopo un certo intervallo di tempo provocando segnali ritardati rispetto al segnale principale. Questo effetto può variare significativamente in rivelatori dello stesso tipo in quanto dipende molto dal grado di purezza del materiale utilizzato.

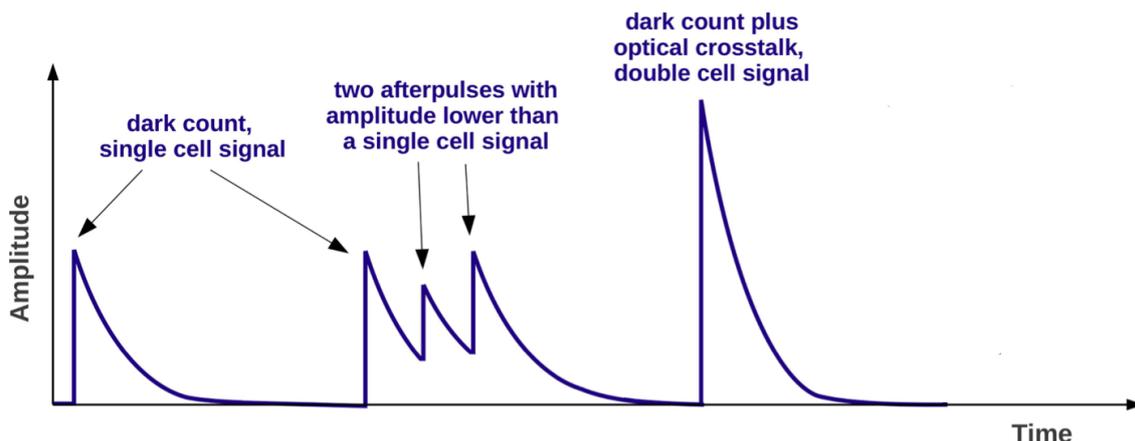


Figura 4.3: Esempio di segnale proveniente da un SiPM. Il primo impulso rappresenta la valanga generata da un dark count, il secondo è sempre un dark count seguito dal fenomeno di after pulsing, mentre il terzo rappresenta un segnale doppio dovuto all'optical crosstalk. I segnali di rumore sono indistinguibili dai segnali ottici veri e propri.

La determinazione dell'entità di questi fenomeni è fondamentale per la corretta caratterizzazione dello strumento. Oggetti della seguente analisi saranno in particolare il DCR e la probabilità di optical cross-talk (OCT).

## 4.2 Setup sperimentale e obiettivo analisi

Il SiPM utilizzato è il modello S13360-1350CS avente pixel di passo  $50 \mu\text{m}$  ed un'area fotosensibile complessiva di  $1.3 \times 1.3 \text{ mm}^2$ , per un totale di 667 fotodiodi collegati. Il setup sperimentale consiste nel *Educational Photon Kit* SP5600E (fig.4.4) fornito da CAEN S.p.A. che consiste in:

- Una *Power Supply & Amplification Unit* SP5600 (PSAU): essa fornisce il bias voltage (fino a 100 V) e amplifica il segnale in uscita (fino a 50 dB);
- Un *Desktop Digitizer* DT5720A: converte il segnale da analogico a digitale. Il programma di analisi è il SiPM Kit Control Software (KCS) fornito col digitizer e scritto in LabView;
- Un *LED Driver* SP5601: è una sorgente a LED ultraveloce regolabile in intensità e frequenza, collegata al SiPM utilizzando cavi in fibra ottica;
- Un *Sensor Holder* SP5650C: Supporto per il sensore dotato di termometro interno utile a controllare le variazioni di temperatura del sensore.



Figura 4.4: Strumentazione utilizzata, Educational Photon Kit di CAEM.

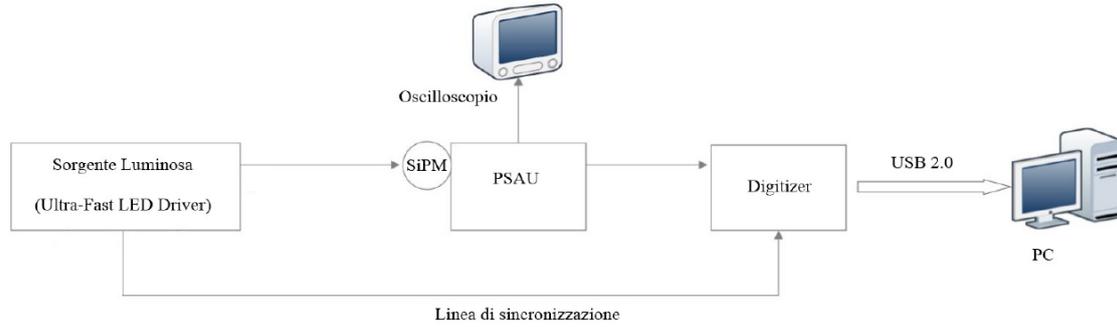


Figura 4.5: Rappresentazione schematica del setup sperimentale.

Oltre che determinare i già citati DCR e OCT, scopo dell'esperimento è trovare la tensione di breakdown dei APD e la tensione di alimentazione ottimale. Inoltre si proverà la natura poissoniana dell'emissione della luce del LED e del fenomeno dei dark counts.

L'analisi è strutturata in tre diverse sezioni:

1. **Analisi all'oscilloscopio:** Mediante il segnale in uscita sull'oscilloscopio, con il sensore al buio, si è misurato il DCR, la probabilità di OCT e si è verificata la natura poissoniana del numero dei DC. Con il sensore illuminato si è misurato il breakdown voltage. Il tutto a un fissato bias voltage;
2. **Analisi staircase:** Attraverso il software KCS, con il sensore al buio, si è misurato il DCR e la probabilità di OCT a diversi bias voltage;
3. **Analisi istogrammi multi-picco:** Attraverso il software KCS, a diversi bias voltage, si è trovato: il gate di integrazione ottimale, il breakdown voltage e il bias voltage ottimale; infine si è verificata la natura poissoniana della luce emessa dal LED.

### 4.3 Analisi all'oscilloscopio

La temperatura registrata all'inizio della misurazione è di  $27.1 \pm 0.1$  °C. Utilizzando l'oscilloscopio, con il sensore non illuminato, sono state registrate 250 finestre di segnale della durata di  $\tau = 50 \mu\text{s}$ , il bias voltage è fissato a 55 V mentre il gain è fissato a 40 dB.

Per ogni frame il segnale raccolto è dovuto solo a fenomeni di rumore, il numero di picchi dunque rappresenta in numero di dark count avvenuti nella finestra temporale. Fissato un valore di soglia (fig. 4.6), che identifica l'accensione di un singolo fotodiodo, i picchi che superano questo valore rappresentano dark count che hanno prodotto optical cross-talk.

Il dark counts rate è definito come:

$$\text{DCR} = \frac{\overline{\text{DC}}}{\tau} = 68.3 \pm 2.4 \text{ kHz}$$

La probabilità di optical cross talk si può calcolare come:

$$p(\text{OCT}) = \frac{\overline{\text{OCT}}}{\overline{\text{DC}}} = 2.5 \pm 0.6 \%$$

dove DC e OCT indicano rispettivamente il numero di dark count e optical cross-talk conteggiati in un frame e la media è su tutti i frame analizzati.

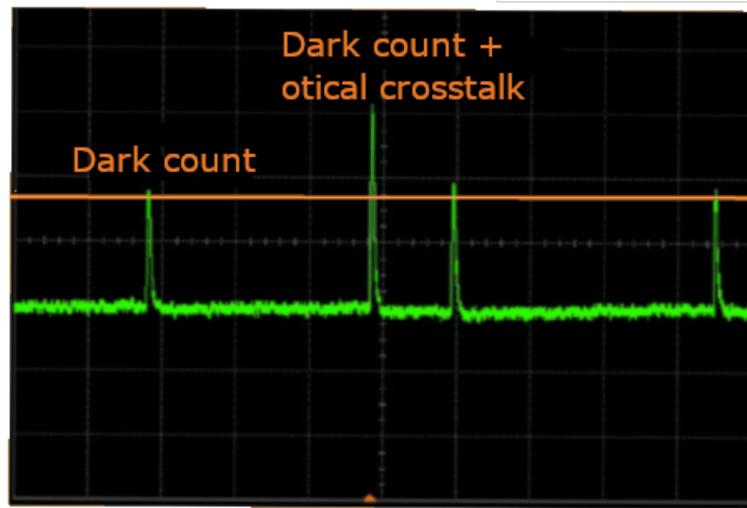


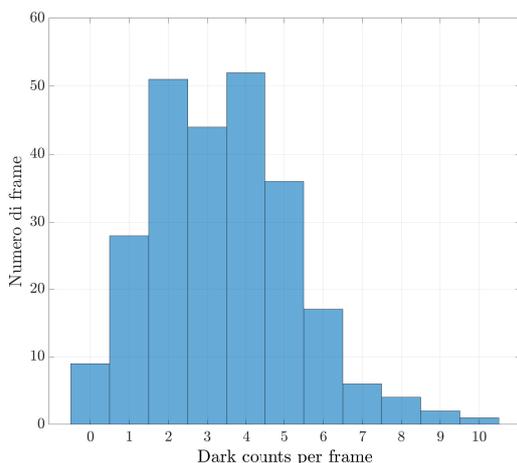
Figura 4.6: Esempio di un frame all'oscilloscopio. Il segnale è riportato in verde, la retta arancione indica il valore di soglia per la distinzione tra dark count singoli e doppi.

Il numero di dark counts, trattandosi di un evento raro, segue una distribuzione di probabilità poissoniana:

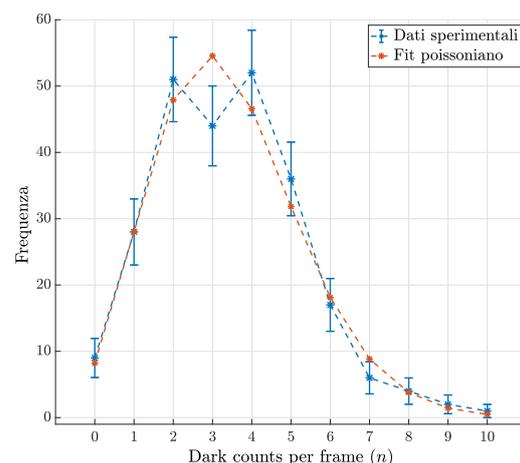
$$P_{\mu}(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}$$

dove  $\mu$  è il valor medio della distribuzione e  $n$  il numero di eventi registrati nell'intervallo temporale. Per verificare che i dati ottenuti seguano questa legge è stato effettuato un test del chi-quadrato tra la distribuzione campionaria (rappresentata con un istogramma di frequenza in figura 4.7(a)) e la distribuzione teorica con  $\mu = \overline{DC} = 3.42$ .

Il test è stato effettuato utilizzando come peso l'errore binomiale. Il valore di chi-quadrato ridotto ottenuto è 0.65 e dunque la distribuzione teorica ipotizzata si accorda bene con quella osservata.



(a) Istogramma di frequenza dei dark counts



(b) Fit poissoniano

Figura 4.7: (a): Istogramma di frequenza del numero di dark counts per frame. (b): Fit poissoniano con  $\mu = \overline{DC}$ , l'errore rappresentato è l'errore binomiale sull'altezza dei bin dell'istogramma. Come si nota dal grafico e dal valore del chi-quadrato la distribuzione si adatta bene ai dati sperimentali. [come hai fatto il fit ad una distribuzione discreta?](#)

Dall'analisi all'oscilloscopio si può determinare anche la tensione di breakdown dei fotodiodi.

Con il sensore illuminato si è registrata la differenza di tensione ( $\Delta_{pp}$ ) tra i picchi corrispondenti al rilevamento di un fotone e due fotoni, a diversi bias voltage compresi tra 53 V e 59 V (al di sopra e al di sotto di questi voltaggi risulta difficile misurare la  $\Delta_{pp}$  rispettivamente per l'alto rumore e per la bassa intensità del segnale in uscita). La relazione tra  $\Delta_{pp}$  e  $V_{bias}$  è lineare e fittando con una retta (fig. 4.8) i dati ottenuti si determina la tensione di breakdown per la quale i fotodiodi si spengono (e quindi  $\Delta_{pp} = 0$ ).

L'equazione di fit utilizzata è:  $\Delta_{pp} = mV_{bias} + q$  da cui si ottiene  $V_{breakdown} = -\frac{q}{m} = 52.18 \pm 0.03$  V (L'errore utilizzato è il limite superiore della propagazione degli errori).

non era così difficile calcolare anche la correlazione...

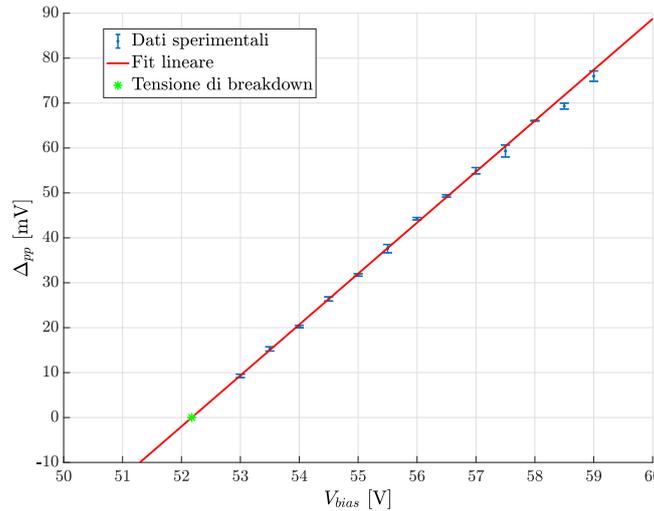


Figura 4.8: Fit lineare:  $R^2 = 0.99$ ,  $\tilde{\chi}^2 = 2.87$ . L'errore sulla tensione picco-picco è l'errore sperimentale.

#### 4.4 Analisi staircase

La temperatura registrata all'inizio della misurazione è di  $27.3 \pm 0.1$  °C. Il gain è fissato a 40 dB. L'analisi è stata svolta per tre bias voltage differenti: 55 V, 57 V e 59 V.

Utilizzando il software KCS si possono determinare il DCR e la probabilità di OCT: con il sensore al buio il software procede a far variare una tensione di soglia ( $V_s$ ) e conta quanti impulsi la eccedono in un fissato intervallo di tempo  $\tau$  (che nel nostro caso è di 30 mS). L'analisi viene ripetuta 20 volte e quello che viene restituito è la media della frequenza dei conteggi in funzione della tensione di threshold.

Idealmente si dovrebbe ottenere un grafico a scala (staircase). Sia  $V_0$  la tensione generata da una scarica geiger: per  $V_s < V_0$  si osservano sia i dark counts singoli che doppi; per  $V_0 < V_s < 2V_0$  si osservano solo quelli doppi, cioè quelli che hanno prodotto optical cross-talk; infine per  $V_s > 2V_0$  la frequenza di eventi conteggiati sia azzerata. L'altezza del primo plateau è il DCR mentre il rapporto tra l'altezza del secondo e il primo è la probabilità di OCT.

In realtà il passaggio tra un plateau all'altro non è discontinuo ma continuo: il segnale infatti è soggetto al rumore elettronico distribuito in modo gaussiano con media  $\mu$  e standard deviazione  $\sigma$ . Per via del rumore alcuni eventi che rappresentano dark counts singoli vengono conteggiati per soglie più alte e alcuni per soglie più basse, lo stesso avviene per i dark counts doppi. Si ha quindi un errore nella classificazione dei segnali quando la soglia è in un intorno di  $V_0$  e  $2V_0$ .

La distribuzione delle tensioni in uscita dal rivelatore consta, per via della natura del rumore, nella somma di due gaussiane centrate in  $V_0$  e  $2V_0$  con standard deviazione  $\sigma_1 = \sigma$  e  $\sigma_2 = \sqrt{2}\sigma$ , essa non è altro che la derivata del grafico staircase rispetto alla tensione di soglia (a meno di  $\tau$  al denominatore). La seconda gaussiana non è però apprezzabile nei dati sperimentali in quanto

le frequenze in considerazione risentono più fortemente degli effetti del rumore.

Il DCR è stato calcolato numericamente come media delle frequenze del primo plateau, la probabilità di OCT come rapporto tra la media delle frequenze del secondo e del primo (fig. 4.9, 4.10 e 4.11).

È di fondamentale importanza quindi determinare correttamente i confini tra i plateau per escludere dalle medie le parti soggette al rumore. Si è derivato numericamente il grafico staircase, i parametri ottenuti fittando la prima gaussiana (eq. 4.1) permettono di stabilire gli estremi dei gradini.

$$y(x) = ae^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}} \quad (4.1)$$

Si è deciso di escludere dai plateau tutti i valori distanti meno di 3 standard deviazioni dai salti (utilizzando  $\sigma_1 = c$  e  $\sigma_2 = \sqrt{2}c$  rispettivamente da  $V_0 = b$  e  $2V_0 = 2b$ ). Il primo gradino corrisponde quindi alle frequenze in  $[0, b-3c]$  mentre il secondo alle frequenze in  $[b+3c, 2b-3\sqrt{2}c]$ .

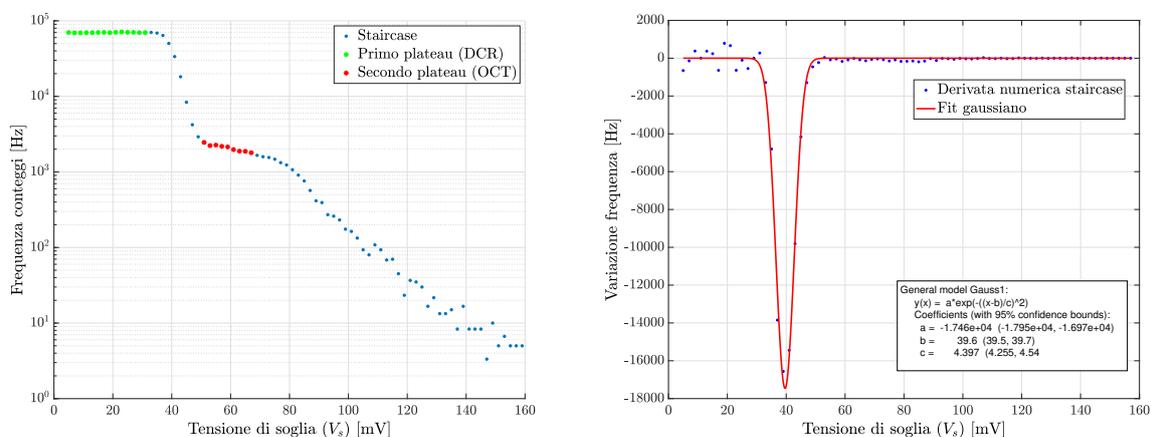


Figura 4.9: **Bias voltage 55 V** A sinistra grafico staircase con evidenziati i valori dei plateau su cui sono stati calcolate le medie. A destra la derivata numerica del grafico staircase con il relativo fit gaussiano,  $R^2 = 0.989$ .

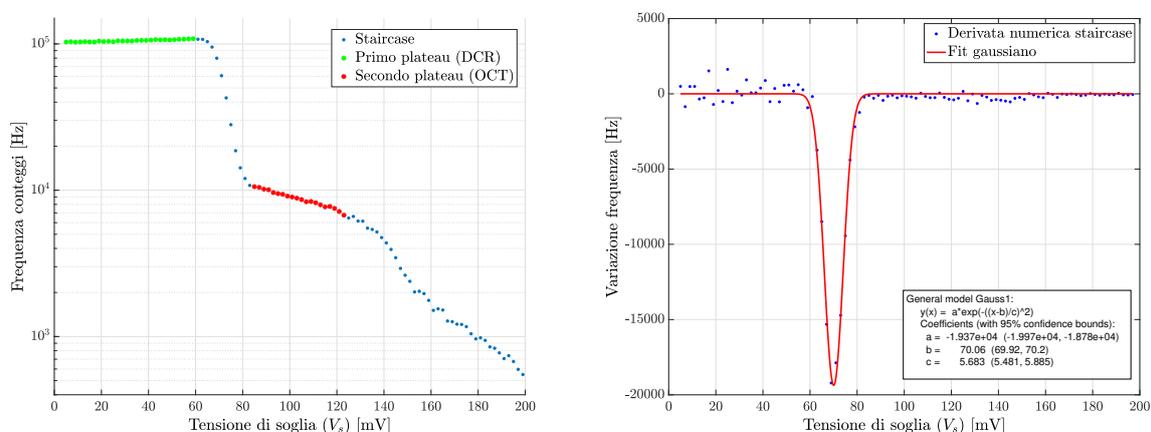


Figura 4.10: **Bias voltage 57 V** A sinistra grafico staircase con evidenziati i valori dei plateau su cui sono stati calcolate le medie. A destra la derivata numerica del grafico staircase con il relativo fit gaussiano,  $R^2 = 0.983$ .

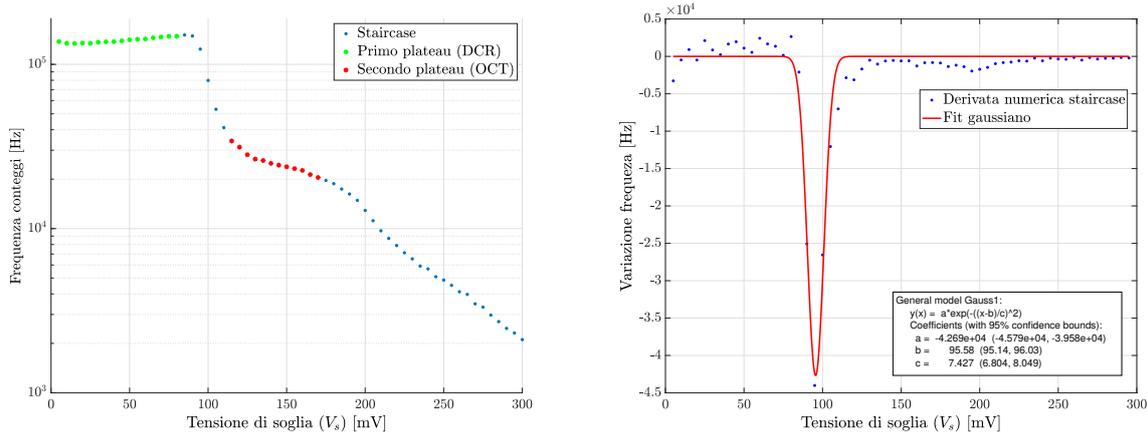


Figura 4.11: **Bias voltage 59 V** A sinistra grafico staircase con evidenziati i valori dei plateau su cui sono stati calcolate le medie. A destra la derivata numerica del grafico staircase con il relativo fit gaussiano,  $R^2 = 0.948$ .

I risultati ottenuti sono riportati in tabella 4.1. I valori ottenuti per bias voltage di 55 V possono essere confrontati con quelli ottenuti con l'analisi all'oscilloscopio, ottenendo  $t = 0.75$  per il DCR e  $t = 0.66$  per la probabilità di optical cross-talk (distanza in unità di errore, eq. 1.2). I risultati risultano compatibili per via della temperatura simile alla quale sono state fatte le misure.

Bias voltage [V]	DCR [kHz]	p(OCT)
55	$70.1 \pm 0.1$	$2.9 \pm 0.1\%$
57	$105.2 \pm 0.3$	$8.3 \pm 0.2\%$
59	$140.0 \pm 1.3$	$18.3 \pm 0.8\%$

Tabella 4.1: Risultati delle analisi dei grafici staircase.

## 4.5 Analisi istogrammi multi-picco

La temperatura registrata all'inizio della misurazione è di  $28.1 \pm 0.1$  °C. Il gain è fissato a 40 dB. Il digitizer converte il segnale in uscita dal PSAU da analogico a digitale (ADC). Il software provvede a sottrarre al segnale una *baseline*, calcolata come media di un numero arbitrario di valori che non eccedono una certa soglia, che altro non è che la media del rumore elettronico. Il segnale viene poi integrato con un gate di integrazione definito dall'utente. L'integrale ottenuto è proporzionale, per legge di Ohm considerando la resistenza costante, alla carica generata dal rivelatore.

Il software esegue un istogramma di frequenza degli integrali ottenuti che, per la natura gaussiana del rumore elettronico, consiste nella somma di  $n$  gaussiane, ciascuna con media corrispondente alla carica generata dalla rivelazione di  $n = 0, 1, \dots$  impulsi (generati da altrettanti fotoni o segnali spuri) e dunque equidistanziate.

### 4.5.1 Sensore al buio

Dall'analisi dell'istogramma ottenuto con il sensore al buio è possibile determinare il DCR per diversi bias voltage (55 V, 57 V e 59 V), il gate di integrazione utilizzato è 500 nS.

Dall'istogramma ottenuto sono ben visibili (ig. 4.12, 4.13 e 4.14) le prime due gaussiane: la prima centrata in zero corrisponde a nessun segnale rivelato e quindi all'integrazione di rumore;

la seconda corrisponde all'integrazione del segnale prodotto da un singolo dark count. Come dimostrato nelle sezioni precedenti, il numero di dark counts in un intervallo di tempo  $\tau_{gate}$  segue una statistica poissoniana con media  $\mu = \tau_{gate}DCR$ , la probabilità di non registrare alcun evento è quindi  $P_{\mu}(0) = e^{-\mu}$ . Questa probabilità può essere ricavata dall'istogramma come il rapporto tra il numero di eventi della prima gaussiana  $N_0$  e il numero di eventi totali  $N_{tot}$  (in questo caso per evento si intende l'integrazione di un gate di segnale).

I parametri ottenuti fittando la prima gaussiana permettono di determinare analiticamente l'area della stessa:

$$A = \int_{-\infty}^{\infty} a e^{-\frac{(x-b)^2}{2c^2}} = ac\sqrt{2\pi} \quad (4.2)$$

e quindi  $N_0$  come il rapporto tra  $A$  e la larghezza di un bin dell'istogramma. Si ottiene dunque:

$$DCR = -\frac{\log(P_{\mu}(0))}{\tau_{gate}} \quad (4.3)$$

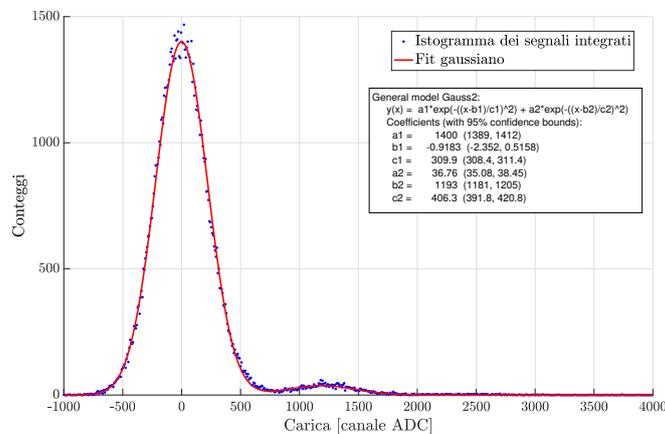


Figura 4.12: **Bias voltage 55 V** Fit delle due gaussiane dell'istogramma multi-picco:  $\tilde{\chi}^2 = 1.04$ ,  $R^2 = 0.992$ .

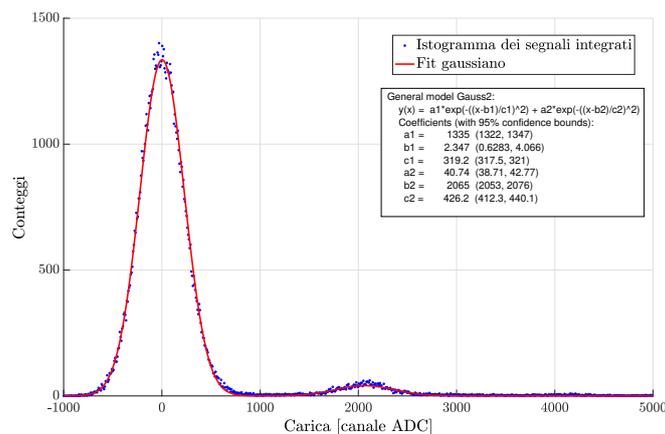


Figura 4.13: **Bias voltage 57 V** Fit delle due gaussiane dell'istogramma multi-picco:  $\tilde{\chi}^2 = 1.42$ ,  $R^2 = 0.980$ .

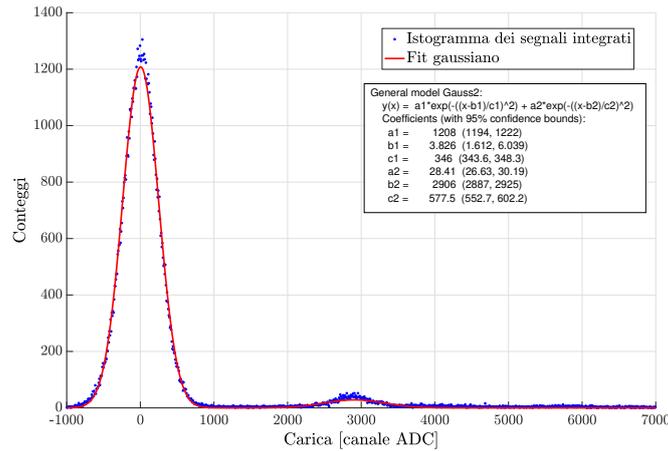


Figura 4.14: **Bias voltage 59 V** Fit delle due gaussiane dell'istogramma multi-picco:  $\tilde{\chi}^2 = 1.98$   $R^2 = 0.960$ .

I risultati ottenuti sono riportati in tabella 4.2. Il valore di DCR per  $V_{bias} = 55$  V è maggiore a quelli trovati in precedenza, questo è da imputarsi alla maggiore temperatura a cui sono state fatte le misurazioni. In generale gli errori sono elevati: essi sono stati sovrastimati in quanto per l'errore sull'area della gaussiana è stato usato il limite superiore della propagazione dato che i parametri  $a$  e  $c$  non sono indipendenti.

Bias voltage [V]	DCR [kHz]
55	$82.3 \pm 12.9$
57	$118.6 \pm 15.0$
59	$156.8 \pm 18.1$

Tabella 4.2: Risultati delle analisi degli istogrammi multi-picco.

#### 4.5.2 Sensore illuminato

Dall'analisi degli istogrammi ottenuti con il SiPM illuminato è possibile determinare, al variare del bias voltage (*scanning bias*) o del gate di integrazione (*scanning gate*), la distanza tra i picchi delle gaussiane ( $\Delta_{pp}$ ) e la loro larghezza, quantificata dalle deviazioni standard (in particolare quelle delle prime due:  $\sigma_0$  e  $\sigma_1$ ). Da questi valori si può determinare il gate di integrazione ottimale e il bias voltage ottimale, come valori che massimizzano la risoluzione del sensore, definita come:

$$R = \frac{\Delta_{pp}}{\sqrt{\sigma_1^2 - \sigma_0^2}} \quad (4.4)$$

Si è determinata ancora una volta la tensione di breakdown dei fotodiodi. Infine verrà verificata la natura poissoniana del numero di fotoni emessi dal LED utilizzato.

**Scanning gate** Il bias voltage è fissato a 55 V, il gate di integrazione varia da 100 nS a 500 nS a passi di 50 nS. Per ognuno dei gate utilizzati sono state fittate le prime due gaussiane (esempio in Fig. 4.15) con l'equazione di fit:

$$y(x) = \sum_{i=0}^N a_i e^{-\frac{(x-b_i)^2}{2c_i^2}} \quad (4.5)$$

dove in questo caso  $N = 1$ . Dai parametri ottenuti è possibile determinare  $\Delta_{pp} = b_1 - b_0$  e le standard deviazioni  $\sigma_0 = c_0$ ,  $\sigma_1 = c_1$ .

L'andamento della  $\Delta_{pp}$  in funzione del gate mostrato in figura 4.16 segue una legge esponenziale<sup>4.1</sup>:

$$\Delta_{pp}(\tau_{gate}) = \int_0^{\tau_{gate}} a e^{-\frac{t}{\tau}} dt = a\tau(1 - e^{-\frac{\tau_{gate}}{\tau}}) \quad (4.6)$$

dove  $\tau$  è il tempo caratteristico della scarica geiger del SiPM e  $a$  è l'ampiezza del singolo impulso in uscita dal sensore e convertito in ADC. Dal fit è stato ricavato  $\tau = 38.5 \pm 1.0$  nS.

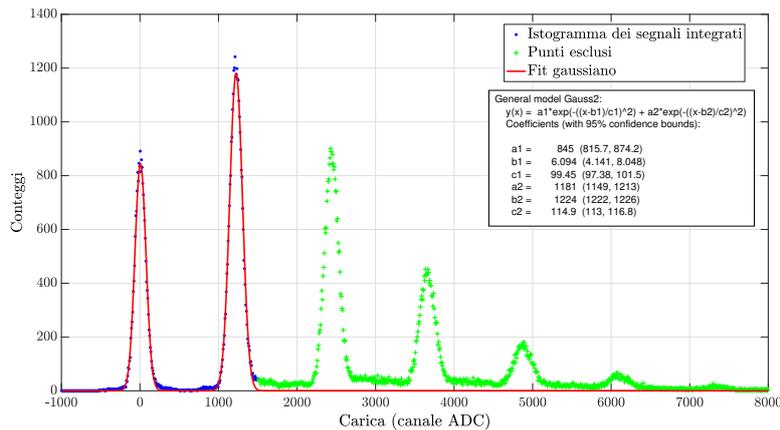


Figura 4.15: **Gate 150 nS, bias voltage 55 V** Fit delle prime due gaussiane dell'istogramma multi-picco, come peso è stato utilizzato l'errore binomiale:  $\tilde{\chi}^2 = 3.71$ ,  $R^2 = 0.977$ .

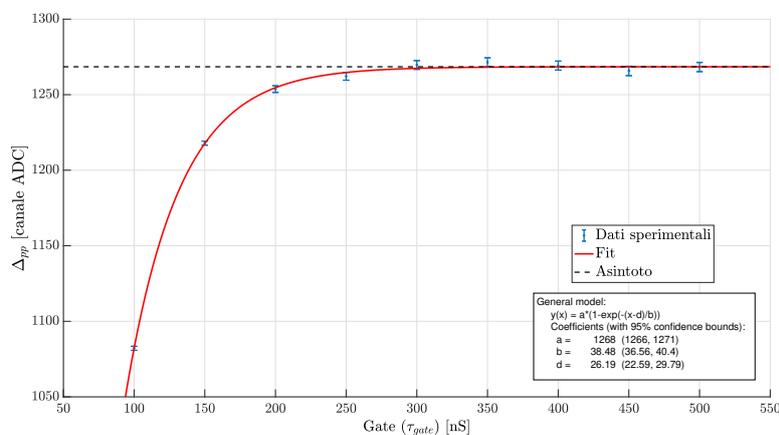


Figura 4.16:  $\Delta_{pp}$  in funzione del gate di integrazione, dal fit con la funzione 4.6 è stato ricavato il tempo caratteristico di discesa della scarica geiger,  $\tilde{\chi}^2 = 0.62$   $R^2 = 0.999$ .

All'aumentare del gate di integrazione la distanza tra i picchi delle gaussiane aumenta fino al raggiungimento dell'asintoto, mentre la larghezza delle stesse aumenta, in quanto viene integrato per più tempo rumore. Ci si aspetta quindi che la risoluzione (eq. 4.4) abbia un massimo assoluto, che corrisponde al miglior gate di integrazione per il sensore. Dai risultati riportati in figura 4.17 si evince che il gate di integrazione ottimale, tra quelli soggetti ad analisi, è 150 ns.

<sup>4.1</sup> Si ricorda che il segnale in uscita dal SiPM consiste in  $n$  impulsi con discesa esponenziale corrispondenti alla rivelazione di altrettanti fotoni. Dunque la  $\Delta_{pp}$  corrisponde proprio alla carica integrata del singolo impulso.

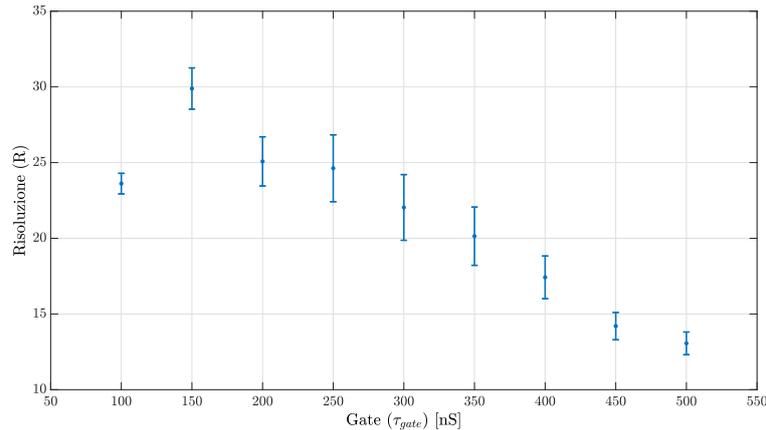
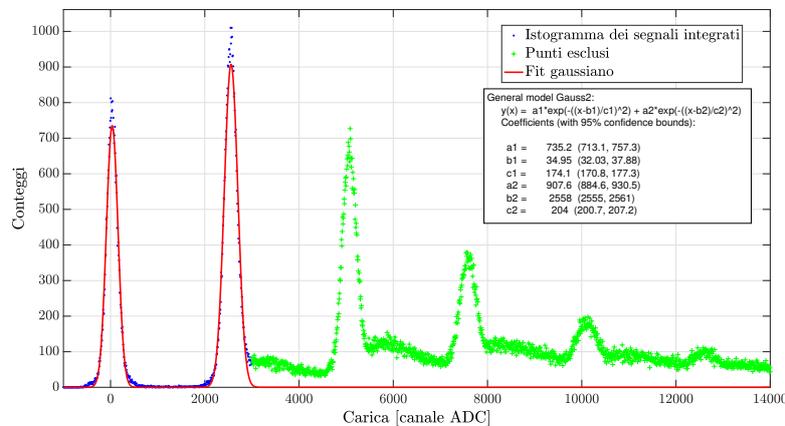


Figura 4.17: Risoluzione in funzione del gate di integrazione, per  $\tau_{gate} = 150$  ns la risoluzione è massima.

**Scanning bias** Il gate di integrazione è fissato a 250 nS, il bias voltage varia dal 53.5 V a 58 V a passi di 0.5 V. Come in precedenza, per ogni bias voltage, sono state fittate le prime due gaussiane (esempio in fig. 4.18) dell'istogramma con l'equazione 4.5. La relazione tra  $\Delta_{pp}$  e  $V_{bias}$  è lineare e, analogamente a quanto fatto nell'analisi all'oscilloscopio, fittando con una retta (fig. 4.19) si può determinare il breakdown voltage dei fotodiodi:  $V_{breakdown} = -\frac{q}{m} = 52.01 \pm 0.01$  V (equazione di fit:  $\Delta_{pp} = mV_{bias} + q$ ).



peccato per questi spettri..

Figura 4.18: **Bias voltage 58 V, gate 250 nS** Fit delle prime due gaussiane dell'istogramma multi-picco, come peso è stato utilizzato l'errore binomiale:  $\chi^2 = 4.15$ ,  $R^2 = 0.971$ .

La risoluzione (fig. 4.20), nel range utilizzato per l'analisi, cresce all'aumentare del bias voltage, senza avere un massimo assoluto. Per scegliere il bias voltage ottimale bisogna tener conto del fatto che all'aumentare dello stesso aumentano sensibilmente i segnali spuri, quali dark counts (come dimostrato nelle sezioni precedenti) cross-talk e after pulses. Questi ultimi riempiono le valli tra le gaussiane (come si può notare in figura 4.18) rendendo di più difficile individuazione i picchi corrispondenti alla rivelazione di più fotoni. La risoluzione si mantiene elevata per valori di  $V_{bias} \geq 55$  V.

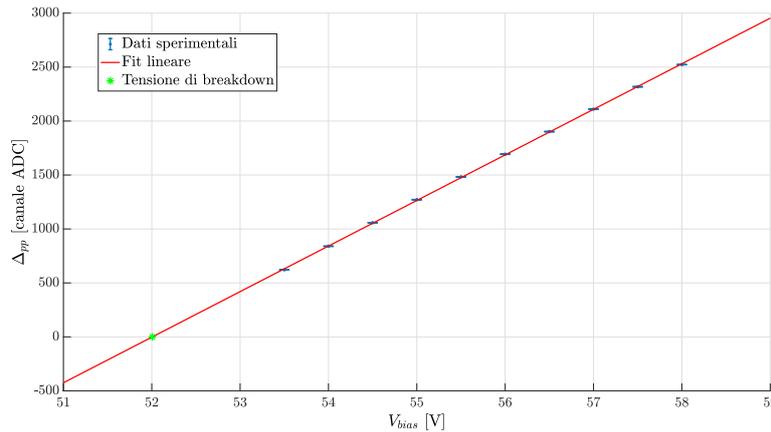


Figura 4.19:  $\Delta_{pp}$  in funzione del bias voltage, dal fit lineare è stata ricavata la tensione di breakdown dei fotodiodi,  $\tilde{\chi}^2 = 8.37$   $R^2 = 0.999$ . Il chi quadrato è elevato, in quanto gli errori su  $\Delta_{pp}$  sono piccoli, ma il fit è ritenuto comunque soddisfacente.

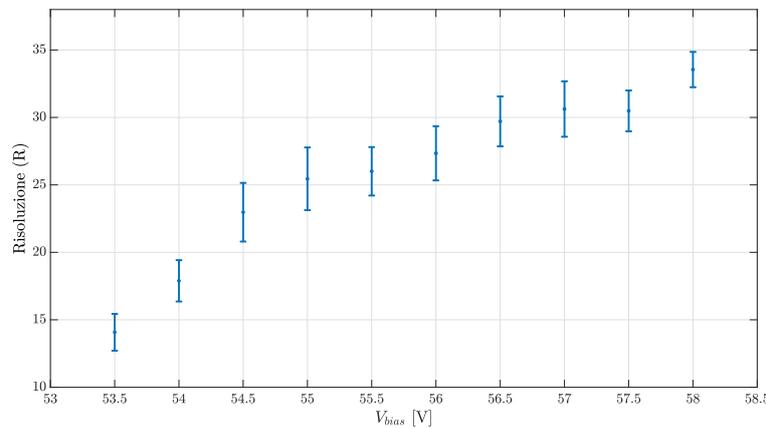


Figura 4.20: Risoluzione in funzione del bias voltage: essa cresce all'aumentare della tensione. Per  $V_{bias} = 58$  V la risoluzione è massima.

**Verifica natura poissoniana luce LED** Analizzando gli istogrammi multi-picco è possibile verificare la natura poissoniana del numero di fotoni emessi dal led.

Dividendo l'asse delle ascisse di un dato istogramma (in prima battuta si è analizzato l'istogramma con  $V_{bias} = 55$  V e  $\tau_{gate} = 250$  nS) per la  $\Delta_{pp}$  relativa lo si normalizza al numero di fotoni rivelati. Si ottiene quindi una somma di gaussiane centrate in  $n = 0, 1, \dots$  con  $n$  uguale al numero di fotoni rivelati (fig. 4.21).

Fittando le gaussiane (eq. 4.5,  $N = 5$ ) è possibile calcolare l'area sottesa dalle stesse (eq. 4.2) e dividendo le aree ottenute per il bin size dell'istogramma si ottiene il numero di volte in cui sono stati rivelati  $n$  fotoni. Normalizzando si ottiene la probabilità ( $P(n)$ ) di emissione di  $n$  fotoni (fig. 4.21, nel riquadro) che può essere confrontata con la distribuzione di probabilità poissoniana (fig. 4.22):

$$P_{\mu}(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu} \quad (4.7)$$

La  $\mu$  è stata determinata in due modi: come  $\mu_1 = -\log(P(0))$  e come media pesata  $\mu_2 = \sum_{n=0}^5 nP(n)$ , ottenendo un chi-quadrato ridotto di 4.44 per  $\mu_1$  e di 2.89 per  $\mu_2$ .

È interessante notare come la distribuzione ipotizzata non si accordi perfettamente con quella osservata (il valore limite al 95% di livello confidenza in un test del chi-quadrato a 5 gradi di

libertà è 2.214). Questo è dovuto ai segnali spuri quali dark counts e optical cross-talk, dalla figura 4.22 si può notare infatti come il valore osservato per  $n = 1, 2$  risulti essere sottostimato, mentre per  $n = 3, 4, 5$  sovrastimato.

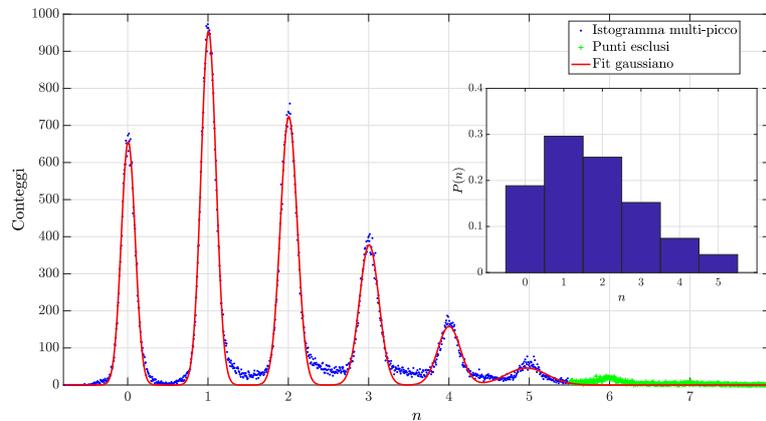


Figura 4.21: **Bias voltage 55 V, gate 250 nS** Fit delle prime sei gaussiane dell'istogramma multi-picco, come peso è stato utilizzato l'errore binomiale:  $\tilde{\chi}^2 = 8.74$ ,  $R^2 = 0.929$ . Il chi-quadrato elevato è dovuto ai segnali spuri nelle valli tra le gaussiane ma comunque il fit è da ritenersi soddisfacente. Nel riquadro è rappresentata con un istogramma la probabilità di emissione misurata.

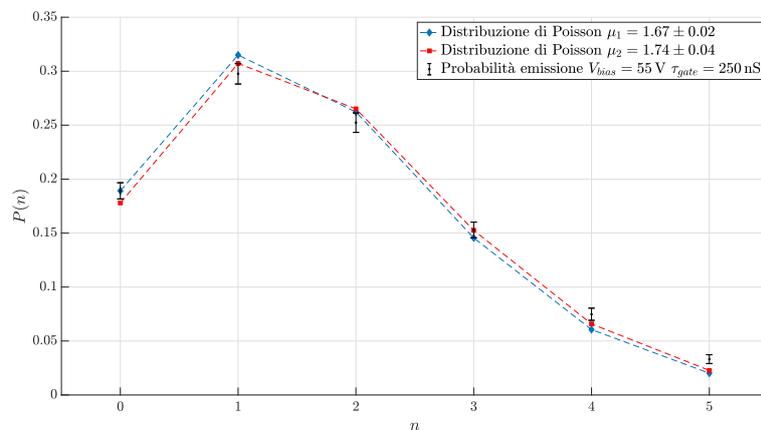


Figura 4.22: **Bias voltage 55 V, gate 250 nS** Fit poissoniano, i dati sperimentali sono rappresentati in nero, l'errore sugli stessi è frutto della propagazione degli errori sui parametri delle gaussiane:  $\tilde{\chi}_1^2 = 4.44$ ,  $\tilde{\chi}_2^2 = 2.89$ .

Ripetendo la stessa analisi con un bias voltage minore ( $V_{bias} = 54 \text{ V}$ ), in maniera tale da diminuire il numero di segnali spuri, si ottiene per  $\mu_1$  un chi-quadrato ridotto di 1.00 e per  $\mu_2$  di 0.80 (fig. 4.24). La distribuzione di probabilità di emissione osservata si accorda quindi perfettamente con la distribuzione poissoniana.

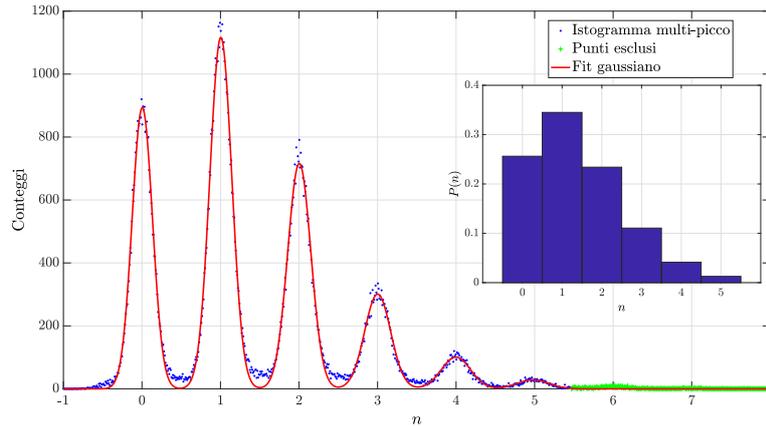


Figura 4.23: **Bias voltage 54 V, gate 250 nS** Fit delle prime sei gaussiane dell'istogramma multi-picco, come peso è stato utilizzato l'errore binomiale:  $\tilde{\chi}^2 = 3.56$ ,  $R^2 = 0.974$ . Nel riquadro è rappresentata con un istogramma la probabilità di emissione misurata.

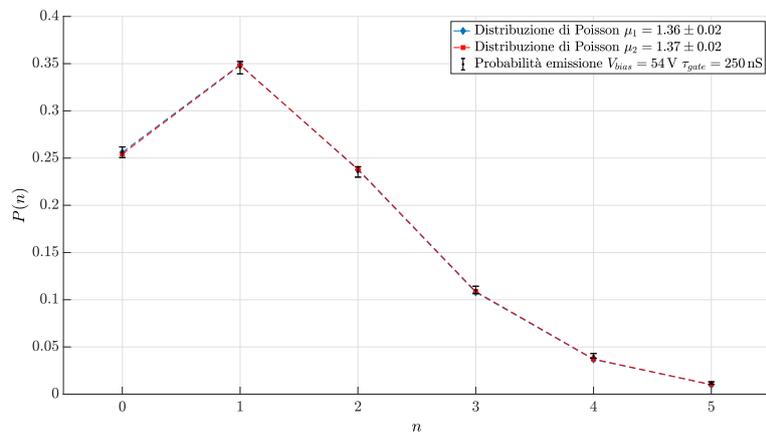


Figura 4.24: **Bias voltage 54 V, gate 250 nS** Fit poissoniano, i dati sperimentali sono rappresentati in nero, l'errore sugli stessi è frutto della propagazione degli errori sui parametri delle gaussiane:  $\tilde{\chi}_1^2 = 1.00$ ,  $\tilde{\chi}_2^2 = 0.80$ .

## 4.6 Conclusioni

Attraverso vari metodi di analisi si sono caratterizzati, per lo specifico modello di SiPM in oggetto, il rate dei principali segnali spuri: dark counts e optical cross-talk. Si è dimostrata la loro forte dipendenza dalla temperatura oltre che dalla tensione di alimentazione del sensore.

Si è trovato il breakdown voltage dei fotodiodi e, per quanto riguarda l'analisi degli istogrammi multipicco, il gate di integrazione e il bias voltage ottimale.

Infine si è verificata la natura poissoniana dell'emissione di fotoni da parte di una sorgente a LED monocromatico e della generazione di Dark Counts da parte di un sensore al buio.

Di seguito (tab. 4.3) si propone un datasheet in cui si riassumono i risultati ottenuti.

Parametro	Valore	Bias voltage [V]	Temperatura [°C]	Analisi
DCR	$68.3 \pm 2.4$ kHz	55	$27.1 \pm 0.1$	Oscilloscopio
	$70.1 \pm 0.1$ kHz	55	$27.3 \pm 0.1$	Staircase
	$105.2 \pm 0.3$ kHz	57	$27.3 \pm 0.1$	
	$140.0 \pm 1.3$ kHz	59	$27.3 \pm 0.1$	
	$82.3 \pm 12.9$ kHz	55	$28.1 \pm 0.1$	Multi-picco
	$118.6 \pm 15.0$ kHz	57	$28.1 \pm 0.1$	
	$156.8 \pm 18.1$ kHz	59	$28.1 \pm 0.1$	
p(OCT)	$2.5 \pm 0.6$ %	55	$27.1 \pm 0.1$	Oscilloscopio
	$2.9 \pm 0.1$ %	55	$27.3 \pm 0.1$	Staircase
	$8.3 \pm 0.2$ %	57	$27.3 \pm 0.1$	
	$18.3 \pm 0.8$ %	59	$27.3 \pm 0.1$	
$V_{breakdown}$	$52.18 \pm 0.03$ V	-	$27.1 \pm 0.1$	Oscilloscopio
	$52.01 \pm 0.01$ V	-	$28.1 \pm 0.1$	Multi-picco
$\tau_{APD}$	$38.5 \pm 1.0$ nS	-	$28.1 \pm 0.1$	Multi-picco
Gate ottimale	$\approx 150$ nS	-	$28.1 \pm 0.1$	Multi-picco
Bias ottimale	$\geq 55$ V	-	$28.1 \pm 0.1$	Multi-picco

Tabella 4.3: Datasheet SiPM s13360-1350cs oggetto di analisi.

## Riferimenti bibliografici

- [1] Caccia, Massimo. *XXVII Giornate di Studio sui rivelatori*. Cogne, 2018.
- [2] D'Amato, Sandro, et al. *Characterization of silicon photomultiplier arrays in liquid xenon and development of dedicated read-out electronics*. Diss. Universität Zürich, 2016.
- [3] Taylor, John Robert. *Introduzione all'analisi degli errori: lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*. Zanichelli, 1986.
- [4] Caen S.p.A. *Scheda tecnica dell'Educational Photon Kit* - <https://www.caen.it/products/sp5600e/>
- [5] Renker, Dieter. *Geiger-mode avalanche photodiodes, history, properties and problems*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2006, 567.1: 48-56.