

Corso di Laurea triennale in Fisica
RELAZIONE DI LABORATORIO



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DELL'INSUBRIA
Dipartimento di Scienza ed Alta Tecnologia

**Caratterizzazione fotorivelatore SiPM
s13360-1350cs**

Professore:

Dott. Massimo Luigi Maria Caccia

Assistenti di Laboratorio:

Dott.ssa Samuela Lomazzi

Dott. Luca Malinverno

Dott. Massimiliano Antonello

Relazione di:

Andrea Pizzamiglio¹

Niccolò Radice²

Anno Accademico 2017/2018

¹andreapizzamiglio12@gmail.com

²nicc.radice@gmail.com

Indice

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introduzione | 2 |
| 1.1 | APD | 2 |
| 1.2 | Funzioni e caratteristiche tecniche SiPM | 3 |
| 2 | Caratterizzazione SiPM s13360-1350cs | 7 |
| 2.1 | Caratterizzazione all'oscilloscopio | 8 |
| 2.1.1 | Dark pulses | 8 |
| 2.1.2 | Light pulses | 10 |
| 2.2 | Analisi staircase | 11 |
| 2.3 | Analisi multi-peak histogram | 14 |
| 2.3.1 | Dark pulses | 14 |
| 2.3.2 | Light pulses | 16 |
| 3 | Conclusioni | 21 |
| 4 | Appendice | 23 |
| 5 | Lista figure | 25 |

1 Introduzione

1.1 APD

Un fotodiode a valanga (*Avalanche Photo Diode APD*), schematizzato in figura 1, è un particolare fotodiode caratterizzato da quattro strati di semiconduttore drogati asimmetricamente.³

1. La zona p^+ , molto drogata, con N_{a1} accettori (accettori/ $\mu\text{m}^3 > 10^5$);
2. La zona $i(p^-)$, intrinseca, utile a tenere pressoché costante il campo elettrico, a migliorare l'efficienza quantica QE (numero di cariche elettriche rilasciate per ciascun quanto di luce assorbito) e a diminuire la capacità di giunzione;
3. La zona p , drogata con N_{a2} accettori (con $N_{a1} < N_{a2}$);
4. La zona n^+ , caratterizzata dalla presenza di molti atomi N_d donatori (donatori/ $\mu\text{m}^3 > 10^5$)

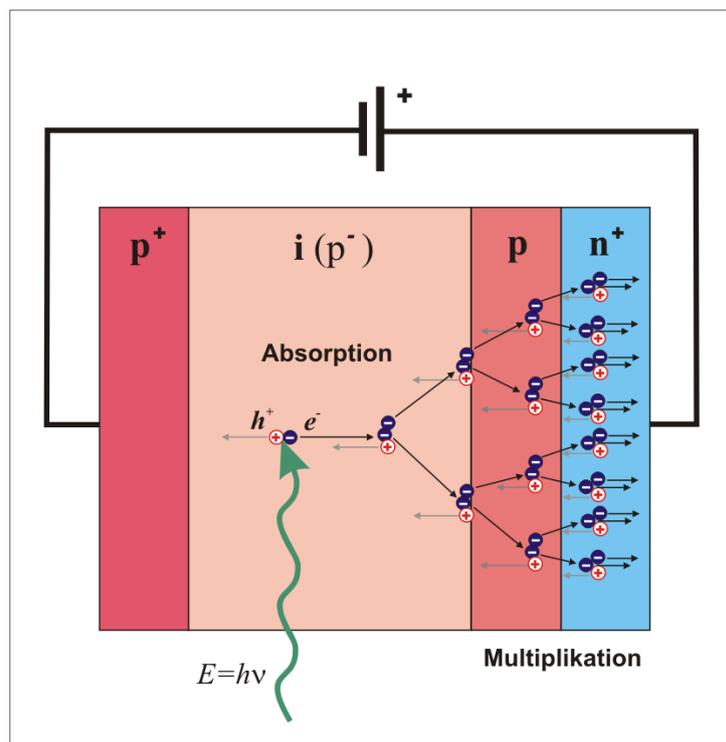


Figura 1: *Schema semplificato di un fotodiode a valanga APD.*

Il fotodiode, applicando un'opportuna differenza di potenziale, funziona come sensore ottico sfruttando l'effetto fotovoltaico, cioè riconosce una data lunghezza d'onda dell'onda

³per drogaggio si intende l'aggiunta al semiconduttore puro ('intrinseco') di piccole percentuali di atomi, allo scopo di modificare le proprietà elettroniche del materiale, aumentando in genere la conducibilità elettrica del semiconduttore.

elettromagnetica incidente (assorbimento del fotone) e trasforma questo evento in un segnale elettrico di corrente.

Nel fotodiodo polarizzato inversamente si genera un intenso campo elettrico, detto *built-in*, che favorisce la creazione di una zona di svuotamento (*depletion region*) tra p^+ e n^+ . Questa regione può essere considerata come un condensatore piano tra le cui armature è presente un forte campo elettrico.

Nel momento in cui un fotone incide sulla superficie del fotodiodo, un atomo, assorbendo energia, espelle un elettrone che viene accelerato dal campo elettrico all'interno della zona di svuotamento e impattando un altro atomo, se ha energia sufficiente, libera un secondo elettrone e così via (processo a valanga) generando, in circa $1 - 2$ ns, 10^6 elettroni.

Quindi, le cariche primarie prodotte nella zona intrinseca per effetto fotoconduttivo, creano nella terza zona, la quale permette l'effetto moltiplicativo, un effetto a valanga che genera un numero elevato di cariche secondarie. Queste cariche secondarie costituiscono la corrente elettrica prodotta dal fotodiodo.

In sostanza il fotodiodo è un trasduttore da segnale ottico a segnale elettrico.

Un APD che opera nel modo appena descritto si dice in modalità Geiger.⁴

1.2 Funzioni e caratteristiche tecniche SiPM

Un Silicon Photon Multiplier (SiPM) è una matrice di APD operanti in modalità Geiger, ciascuno in serie a una resistenza e collegati in parallelo tra di loro nello stesso substrato di silicio, come mostrato in modo esemplificativo in figura 3.

Le resistenze, dette di *quenching*, servono ad evitare danneggiamenti dello strumento contenendo la valanga e permettendo di aumentare la tensione a cui esso lavora.

La tensione di polarizzazione operativa *bias voltage* V_{bias} è del 10% – 20% maggiore del valore di *breakdown voltage* $V_{breakdown}$ (o *BDV*).

Al di sotto della tensione di breakdown non si osserva l'effetto a valanga mentre al di sopra di essa la corrente in lettura cresce esponenzialmente.

Il segnale in uscita da un SiPM è la somma analogica dei segnali degli APD.

Il SiPM fornisce un segnale elettrico proporzionale al numero di fotoni incidenti (se esso è minore del numero di celle, altrimenti il sensore satura), figura 4.

Il tempo tipico di salita (carica) dovuto alla scarica Geiger (figura 2) è di 1 ns, mentre il tempo caratteristico di discesa (scarica) dato da:

$$\tau = R_q \cdot C_d, \quad (1)$$

⁴si illustra in breve il funzionamento di interesse del contatore Geiger ('modalità Geiger'): un tubo contenente gas a bassa pressione, quando attraversato da una radiazione, si ionizza. Gli ioni primari vengono accelerati, in modo da creare ionizzazioni secondarie quando urtano altre molecole di gas. La peculiarità è che il campo elettrico è talmente intenso che anche le ionizzazioni secondarie creano, a loro volta, ulteriori ionizzazioni, in un processo detto moltiplicazione a valanga.

dove R_q resistenza di quenching e C_d capacità della depletion region, è di alcuni nanosecondi.

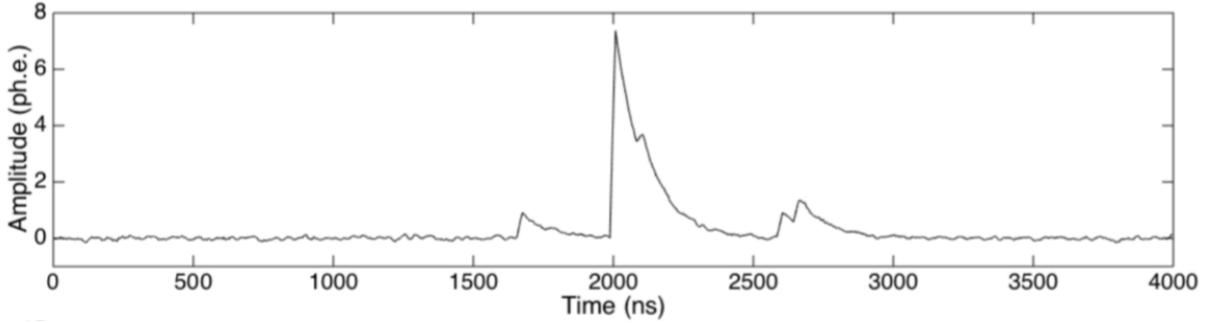


Figura 2: Esempio grafico di una scarica Gaiger.

Il guadagno di elettroni ‘Gain’ G è dato da:

$$G = \frac{(V_{bias} - V_{breakdown}) \cdot C_d}{e}, \quad (2)$$

dove e è la carica dell’elettrone.

Il numero di fotoelettroni che causano una valanga è dato da

$$n_{fotoelettroni} = n_{fotoni} \cdot [QE] \cdot [FF] \cdot [P_A], \quad (3)$$

dove n_{fotoni} è il numero di fotoni incidenti; l’efficienza quantica QE è un fattore che dipende dal materiale, dalla tecnologia di giunzione APD e dalla lunghezza d’onda della radiazione incidente; *Fill Factor* FF è il rapporto tra l’area attiva e l’area totale del pixel: un fotone che colpisce l’area morta tra un pixel e l’altro non viene registrato (maggiore è il fattore di riempimento maggiore sarà l’efficienza dello strumento); P_A misura la probabilità che un fotoelettrone causi una valanga.

La risposta del sensore non è lineare in quanto non è nulla la probabilità che più di un fotone colpisca la stessa cella.

La *Photon Detection Efficiency* PDE risulta perciò

$$PDE = \frac{[\text{numero di fotoni rivelati}]}{[\text{numero di fotoni incidenti}]} = [QE] \cdot [FF] \cdot [P_A]. \quad (4)$$

La probabilità che una cella riveli un fotone è:

$$P_{fired} = \frac{N_{fired}}{N_{celle}} = 1 - \exp \left[-\frac{n_{fotoni} \cdot PDE}{N_{celle}} \right]. \quad (5)$$

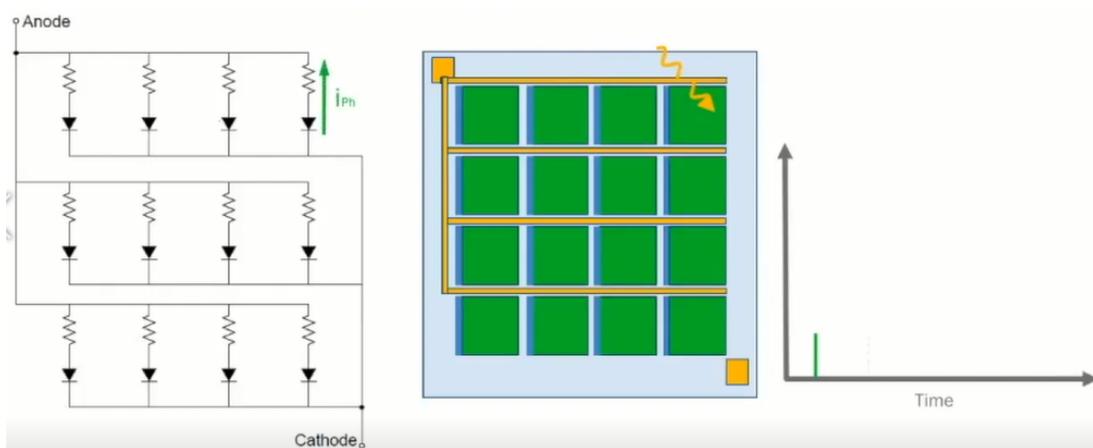
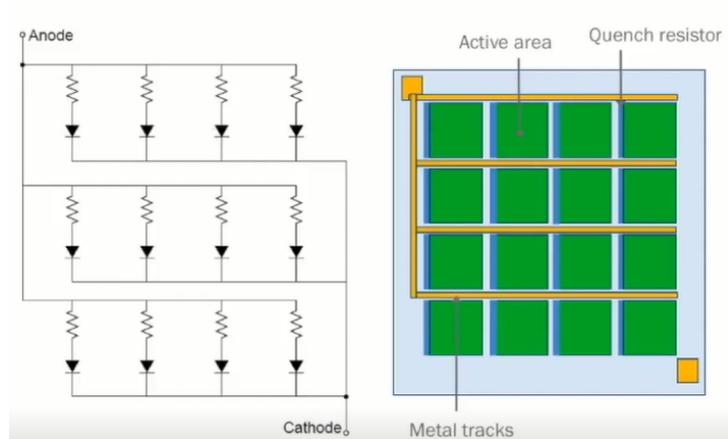


Figura 3: Schema del circuito e delle celle di un SiPM e illustrazione relativa alla rivelazione di fotoni.

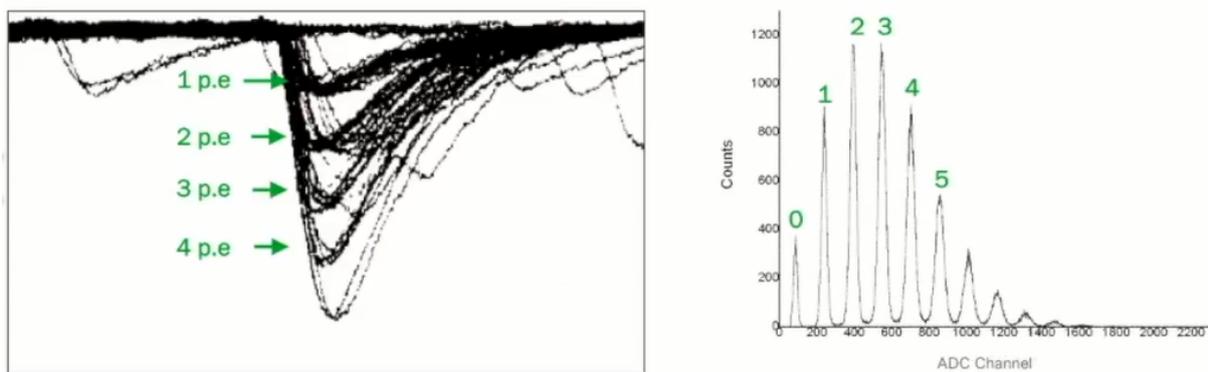


Figura 4: Scariche di fotoelettroni registrate all'oscilloscopio (a sinistra) e al computer (a destra).

I principali difetti dei SiPM sono:

- Dark Counts
- Optical Cross Talk
- After-pulsing

Dark Counts

Il silicio ha una bassa energia di ionizzazione, quindi capita spesso che per agitazione termica un elettrone si stacchi dal proprio atomo, dando origine a una valanga assolutamente indistinguibile da quella generata da un fotone incidente.

Il *DCR*, Dark Counts Rate, misura il tasso con cui una scarica Geiger è generata casualmente. Il *DCR* è proporzionale alla tensione e alla temperatura a cui opera il SiPM.

Optical Cross Talk

Durante la scarica Geiger vengono prodotti dei fotoni (con frequenza tipicamente negli infrarossi) che possono migrare verso una cella adiacente e provocare in essa una valanga spuria: questo evento è chiamato Optical Cross Talk *OCT*.

La probabilità di cross talk è quindi non nulla e cresce all'aumentare del voltaggio.

After-pulsing

Il fenomeno consiste in valanghe ritardate innescate dal rilascio di fotoelettroni prodotti nella valanga originale e intrappolati in un'impurità del materiale.

Il rilascio avviene in un tempo tipico di ~ 200 ns.

E' importante studiare questi effetti per ottenere una caratterizzazione dello strumento al fine di poter effettuare con esso misure sperimentali corrette.

Nell'analisi condotta sono stati esaminati solo i primi due: *DCR* e *OCT*.

2 Caratterizzazione SiPM s13360-1350cs

L'esperienza di laboratorio si è strutturata secondo tre analisi:

1. Caratterizzazione all'oscilloscopio

Misura del DCR e OCT ad un dato bias voltage e stima del BDV

2. Analisi staircase

Misura del DCR e OCT a diversi bias voltage con raccolta dati tramite software CAEN ⁵

3. Analisi multi-peak histogram

Misura del DCR a diversi bias voltage, del *gate di integrazione ottimale*, del BDV e del *bias voltage ottimale* con raccolta dati tramite software CAEN



Figura 5: Componenti utilizzate nello svolgimento dell'esperimento.

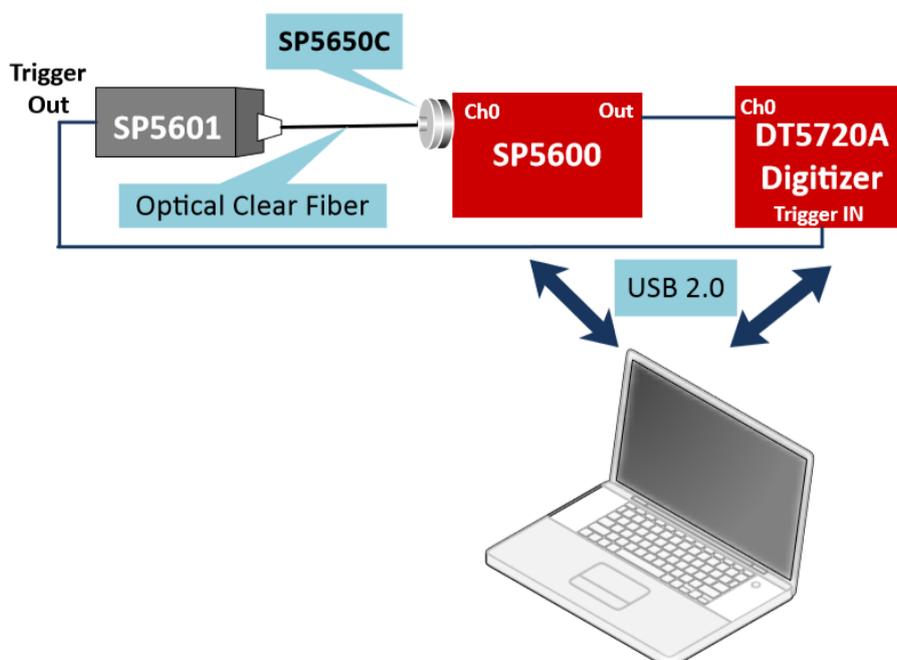


Figura 6: Setup dell'esperimento fornito da CAEN.

⁵CAEN - Costruzioni Apparecchiature Elettroniche Nucleari S.p.a. - è un'azienda produttrice di SiPM. Nell'analisi viene utilizzato il kit educativo prodotto da questa azienda.

2.1 Caratterizzazione all'oscilloscopio

Data: 21-05-18 | Temperatura: minima $28.2 \pm 0.1^\circ\text{C}$ - massima $28.6 \pm 0.1^\circ\text{C}$

2.1.1 Dark pulses

Questo set di misure viene effettuato in assenza di luce. Il SiPM è oscurato da qualsiasi impulso luminoso esterno.

Si imposta un bias voltage di 55 V, gain 40 e si fissa una finestra temporale di osservazione di 25 μs sull'oscilloscopio. Su quest'ultimo si osserveranno esclusivamente dark counts.

Fissata una soglia di voltaggio che identifica l'accensione di una singola cella, per ognuno dei 200 frame raccolti è stato registrato il numero di picchi totali nell'immagine, cioè i dark counts, e il numero di picchi che eccedono la soglia (figura 7), cioè i dark counts che hanno prodotto optical cross talk. La distribuzione del numero di dark counts osservati è riportata in figura 8.

Il *DCR* è dato dal rapporto tra la media di dark counts e la finestra temporale; la probabilità di optical cross talk *OCT* è data dal rapporto tra la media dei cross talk e la media dei dark counts. In tabella 1 sono riportati i risultati ottenuti.

| <i>DCR</i> | <i>OCT</i> |
|----------------------------|------------------|
| $11.6 \pm 7.6 \text{ kHz}$ | $3.0 \pm 0.5 \%$ |

Tabella 1: Risultati ottenuti dalle misure all'oscilloscopio per dark counts rate *DCR* e probabilità di optical cross talk *OCT*.

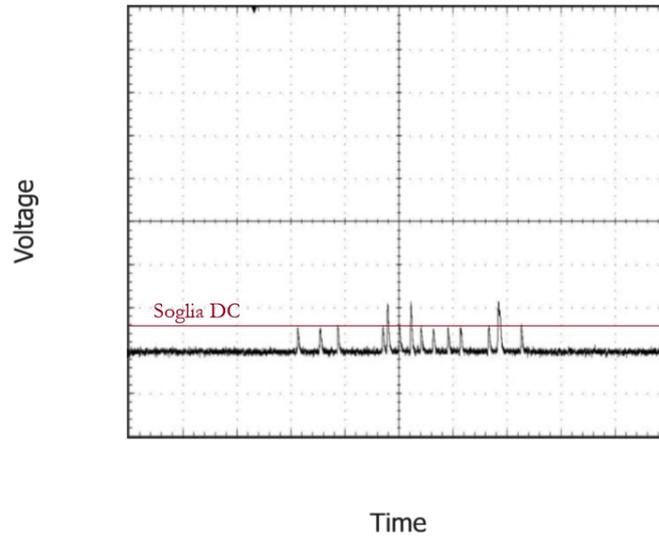


Figura 7: Esempio di lettura all'oscilloscopio per analisi dei Dark pulses. I picchi che superano la soglia DC sono eventi di optical cross talk.

La distribuzione di Poisson descrive risultati di esperimenti in cui si contano eventi che accadono randomicamente ma con una media temporale definita.

La rivelazione di fotoni tramite SiPM rientra esattamente nella categoria di questi esperimenti.

Se i dark counts sono indistinguibili da una scarica dovuta a un fotone devono anch'essi seguire una statistica poissoniana:

$$P_{\mu}(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}, \quad (6)$$

dove μ è il numero medio di eventi per intervallo temporale e n è il numero di eventi registrati, per lo stesso intervallo di tempo, di cui si vuole la probabilità.

Sia $\mu = \langle DC \rangle$ (numero medio di dark counts DC), risulta verificato che i dark counts seguono una distribuzione poissoniana, come mostrato in figura 9.

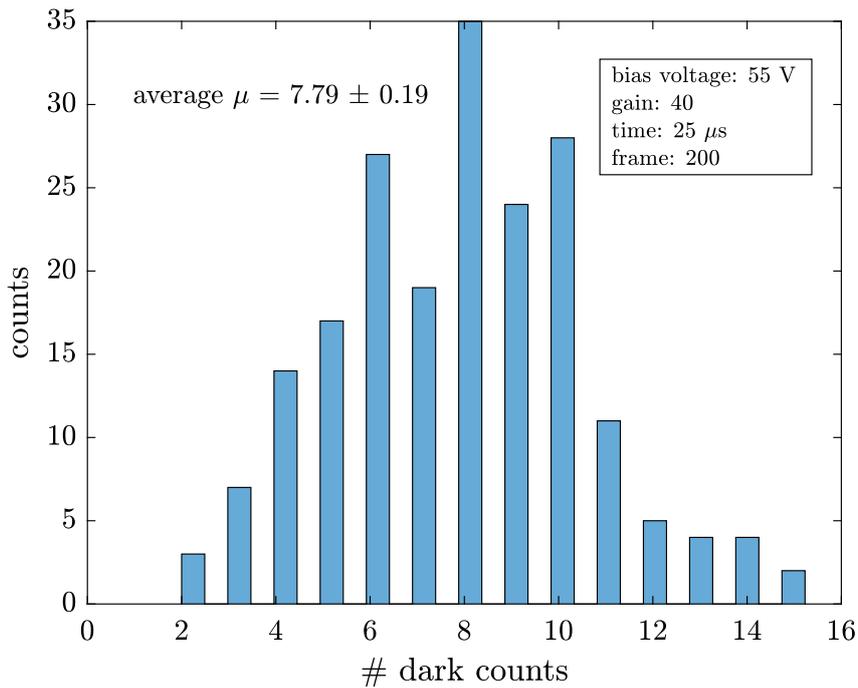


Figura 8: *Istogramma del numero di dark counts osservati.*

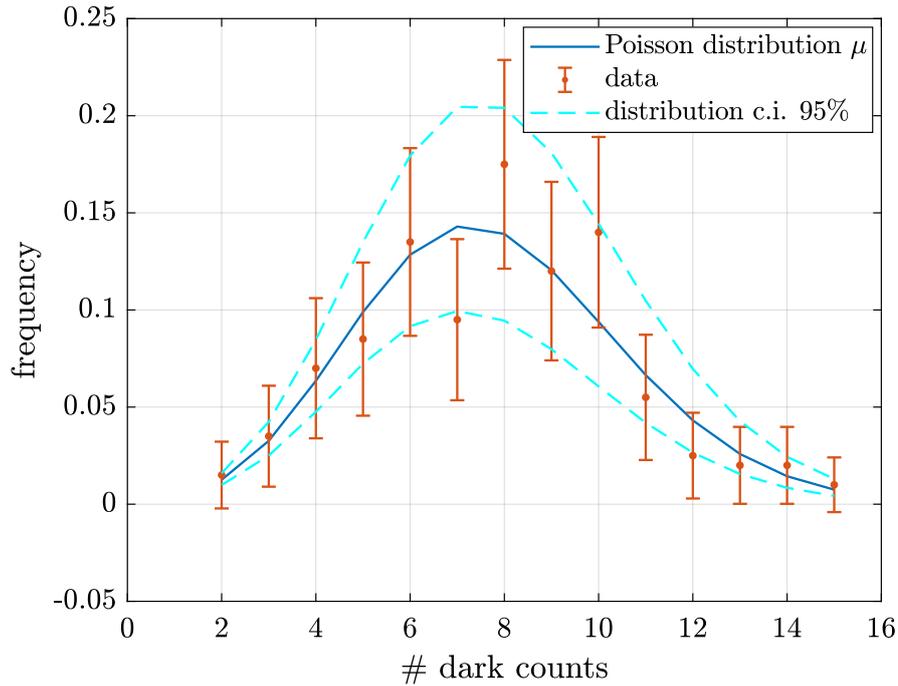


Figura 9: *Statistica poissoniana dei DC. In blu è riportata la distribuzione poissoniana di valore medio $\mu = 7.79 \pm 0.19$ calcolato dall'istogramma in figura 8. In azzurro è riportato l'intervallo di confidenza sulla distribuzione, relativo all'incertezza sul valore calcolato di μ . La frequenza è il rapporto tra il numero di conteggi di DC e il numero totale di frame registrati.*

2.1.2 Light pulses

Il SiPM è collegato con la fibra ottica al led.

Partendo da un bias voltage di 53 V incrementando di 0.5 V fino a 59 V, si misura all'oscilloscopio il *delta peak-to-peak* (o distanza picco-picco) Δ_{pp} , cioè la distanza tra i primi due picchi (figura 10) che corrispondono all'accensione di una e due celle del SiPM.

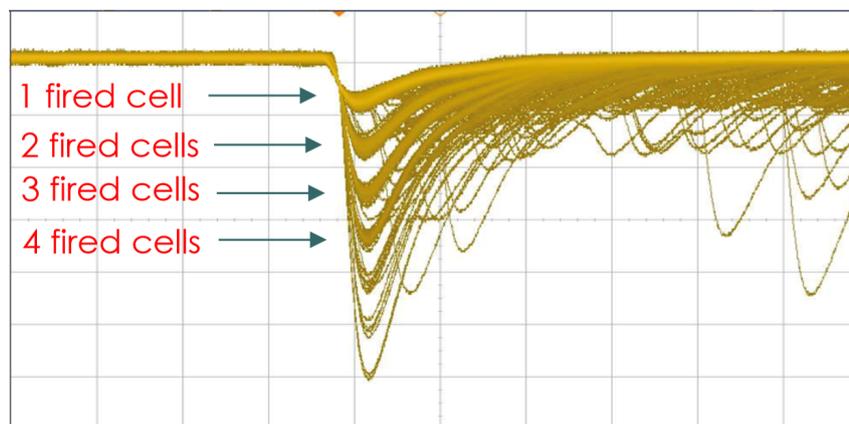


Figura 10: *Esempio di lettura all'oscilloscopio per analisi Light pulses.*

Sono stati effettuati tre set di misure. I valori ottenuti sono riportati in figura 11.

L'intervallo dei voltaggi impiegato è stato così stabilito in quanto sia al di sotto di 53 V (bassa intensità) che al di sopra di 59 V (alto rumore) risultava difficile misurare il Δpp . Essendo lineare la relazione tra Δpp e V_{bias} ci si aspetta che quando $\Delta pp = 0$ risulti $V_{bias} = V_{breakdown}$.

Dal fit dei risultati sperimentali si è ottenuto:

$$V_{breakdown} = 51.82 \pm 0.06 \text{ V}$$

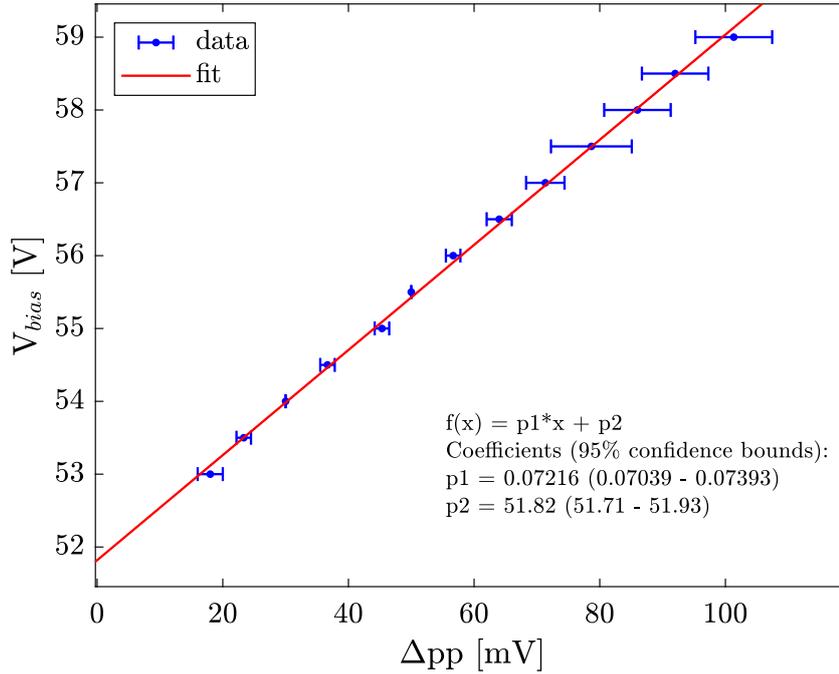


Figura 11: Sull'asse delle ascisse sono riportati i valori Δpp misurati. La variabile indipendente V_{bias} è posizionata in ordinata per semplicità di lettura.

2.2 Analisi staircase

Data: 22-05-18 | Temperatura: minima $25.4 \pm 0.1^\circ\text{C}$ - massima $26.1 \pm 0.1^\circ\text{C}$

Per questa analisi e tutte le successive il gain è impostato a 45.

Si sfrutta il software CAEN per ricavare il DCR e OCT a tre differenti bias voltage: 53 V - 55 V - 57 V.

Si definisce una finestra temporale di 30 ms, quindi si fissa una soglia di voltaggio per cui il programma conterà un evento (impulso) solo se al di sopra di questa soglia.

Per soglie basse conterà solo rumore, incrementando il voltaggio conterà tutti i dark counts fino ad arrivare alla soglia del primo fotoelettrone, oltre la quale, incrementando ulteriormente il voltaggio, conterà tutti gli OCT .

Per ogni soglia di voltaggio fissata, il software restituisce la media della frequenza di conteggi di 20 finestre temporali.

Si evidenziano, nei grafici in figura 12 (colonna di sinistra), delle zone di plateau relative a soglie dove la frequenza rimane stabile.

La media dei valori del primo plateau costituisce il *DCR*, mentre il rapporto tra la media dei valori del secondo plateau e del primo costituisce la probabilità di *OCT*.

Si osserva inoltre che il grafico si presenta continuo invece che discontinuo, come ci si sarebbe potuto aspettare in relazione a quanto osservato all'oscilloscopio.

La conformazione a gradini dei grafici è dovuta al rumore elettronico, distribuito in modo gaussiano, con picco a metà della distanza tra i due picchi di segnale.

Per stabilire i limiti delle zone di plateau si studia la derivata numerica del grafico staircase.

Il grafico della derivata numerica (figura 12, colonna di destra) rispecchia l'impatto del rumore e, per quanto detto, è ben fittato da una gaussiana: i parametri del fit permettono di stabilire il centro e, a tre deviazioni standard da esso, gli estremi del 'gradino'.

Questi individuano il limite destro del primo plateau e il limite sinistro del secondo plateau.

Per stabilire invece il limite destro del secondo plateau si tiene conto del fatto che la gaussiana (ci si riferisce ora alle gaussiane nell'analisi multi-peak: figura 15) di due fotoelettroni/impulsi spuri, in corrispondenza al secondo plateau, constando essa di 2 eventi, è più larga di quella in corrispondenza al primo plateau.

L'ampiezza della gaussiana di N fotoelettroni è data da $\sigma_{G_N} = \sqrt{N}\sigma$, con σ parametro di larghezza della gaussiana di un fotoelettrone.

La larghezza della gaussiana, dipendente dal numero di fotoelettroni corrispondenti al picco, riflette la dispersione dei plateau nella staircase. Perciò se il primo plateau consta di n punti il secondo consterà di $\sqrt{2}n$ punti.

Ai valori ottenuti di *DCR* e *OCT*, riportati in tabella 2, sono associate le relative deviazioni standard. Viene trascurato il possibile errore derivante dai parametri del fit gaussiano, avendo verificato, in fase di analisi, che risulta ininfluenza in rapporto alla dimensione del campione su cui si computano medie e relative deviazioni standard.

| bias voltage | <i>DCR</i> | <i>OCT</i> |
|---------------------|---------------------|-------------------|
| 53 V | 138.4 ± 1.5 kHz | 0.50 ± 0.08 % |
| 55 V | 297.2 ± 1.0 kHz | 2.2 ± 0.2 % |
| 57 V | 430.2 ± 0.7 kHz | 5.1 ± 0.3 % |

Tabella 2: Valori di dark counts rate *DCR* e probabilità di optical cross talk *OCT*, per differenti bias voltage, ottenuti dall'analisi staircase.

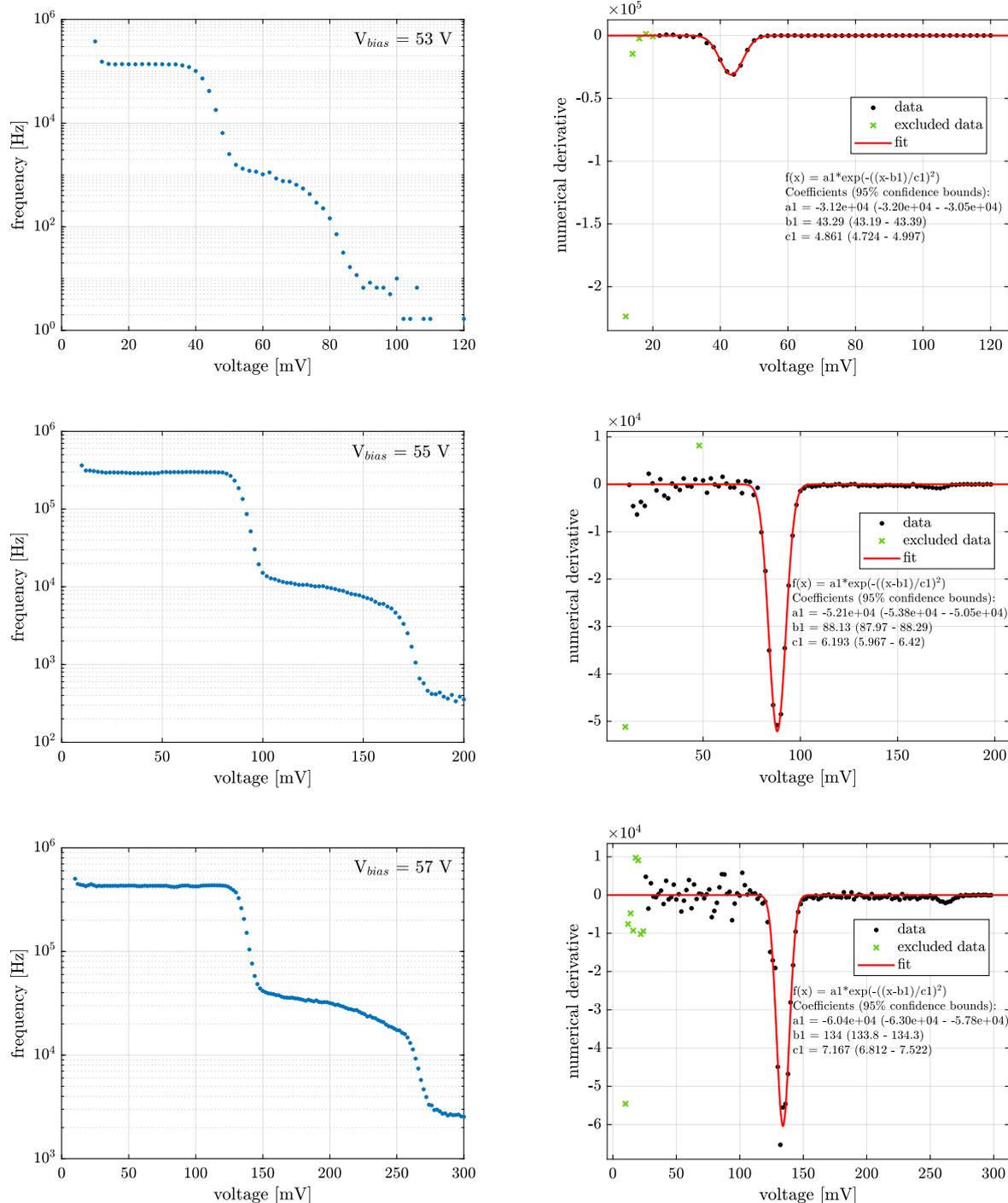


Figura 12: Nei grafici della colonna di sinistra, è riportata la media della frequenza di conteggi, calcolata su 20 finestre temporali, in funzione del voltaggio di soglia. Nella colonna di destra, sono riportate le rispettive derivate numeriche, fittate con una gaussiana.

2.3 Analisi multi-peak histogram

Data: 22-05-18 | Temperatura: minima $25.4 \pm 0.1^\circ\text{C}$ - massima $26.1 \pm 0.1^\circ\text{C}$

2.3.1 Dark pulses

Vengono fissate le impostazioni di integrazione del segnale: $\tau_{gate} = 504 \text{ ns}$, $\tau_{pregate} = 72 \text{ ns}$ (fattore che determina l'allineamento del gate di integrazione).

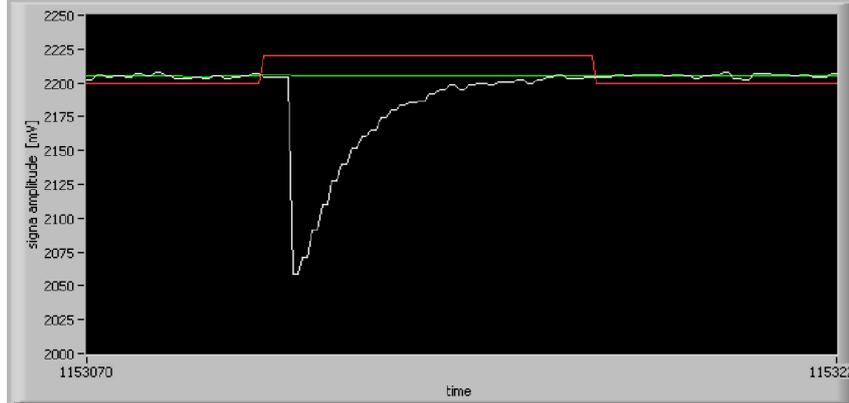


Figura 13: *Esempio integrazione segnale - vista software.*

Anche in assenza di luce, il software integra segnale a causa di impulsi spuri; l'integrale dell'intensità di corrente nel tempo fornisce la carica associata all'impulso.

L'istogramma che ne risulta (figura 14) presenta un'interfaccia a più picchi, per un totale di 100240 eventi registrati.

Poiché, come la luce, anche gli impulsi spuri seguono una statistica poissoniana, ci si aspetta di osservare in media $\mu = DCR \cdot \tau_{gate}$ scariche Geiger.

La probabilità che non si verifichi nessuna scarica è $P(0) = e^{-\mu}$, in accordo con la formula 6.

La distribuzione di conteggi piccata in zero è ben fittata da una gaussiana (figura 14), così come i successivi picchi, se non eccessivamente disturbati dal rumore elettronico (si indicano le gaussiane con G_i , dove $i = 0, \dots, n$ indicizza la successione di picchi).

L'area di questa gaussiana, cioè il numero di eventi contenuti nel picco centrato in zero, normalizzata al numero totale di eventi, rappresenta $P(0)$.

L'area della gaussiana è data da

$$\int_{-\infty}^{\infty} a \exp \left[\frac{-(x-b)^2}{2c^2} \right] dx = a c \sqrt{2\pi}. \quad (7)$$

Per una migliore stima, quando possibile (V_{bias} 55 V e 57 V), a quest'area è stata sottratta l'area sottesa all'intersezione delle code di G_0 e G_1 , essendo tali eventi appartenenti all'intersezione tra due picchi.

Quindi

$$DCR = \frac{-\ln[P(0)]}{\tau_{gate}}. \quad (8)$$

I risultati sono riportati in tabella 3.

| bias voltage | DCR |
|--------------|----------------------|
| 53 V | 150.8 ± 10.9 kHz |
| 55 V | 314.0 ± 5.9 kHz |
| 57 V | 502.1 ± 11.0 kHz |

Tabella 3: Valori di dark counts rate DCR per diversi bias voltage, ottenuti dall'analisi multi-peak.

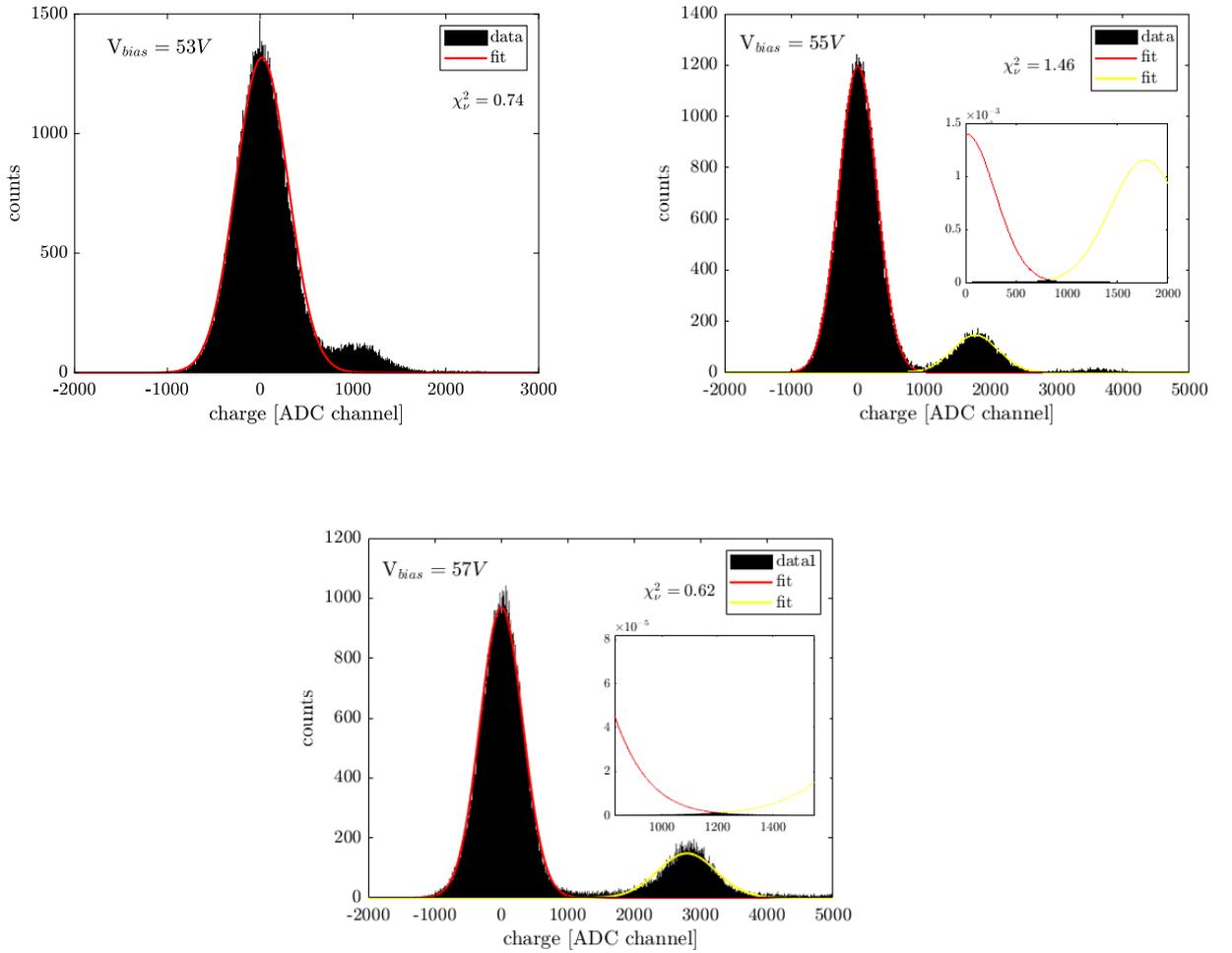


Figura 14: Distribuzione dei conteggi degli impulsi spuri in funzione della carica associata all'impulso e relativi fit gaussiani.

2.3.2 Light pulses

In presenza di luce lo spettro dei fotoni conteggiati si presenta come un istogramma a più picchi (figura 15 e 20). Si registrano un totale di 10000 eventi. Ad ogni picco è associata la scarica Geiger corrispondente al numero di fotoni interagenti con il SiPM.

Lo scopo di questa sezione è stabilire il setup operativo ottimale.

Fissato un bias voltage, si varia il gate di integrazione al fine di trovare il minimo intervallo di tempo tale da consentire l'integrazione di tutta la carica.

Una volta fatto questo, utilizzando il gate ottimale trovato, si fa variare il bias voltage per determinare il valore di breakdown voltage e il valore di bias voltage ottimale.

Il pregate è fissato a 72 ns.

Gli istogrammi a multipicco sono fittati con delle gaussiane. La scelta del tipo di fit multi-gaussiano $MGF = \sum_{i=0}^N a_i \exp \left[-\frac{(x - b_i)^2}{2c_i^2} \right]$ è stata fatta in modo che il valore del chi quadrato ridotto χ_ν^2 fosse più prossimo a 1 e in modo da minimizzare l'errore sui parametri di G_0 e G_1 , essendo le gaussiane di cui viene calcolata la distanza picco-picco.

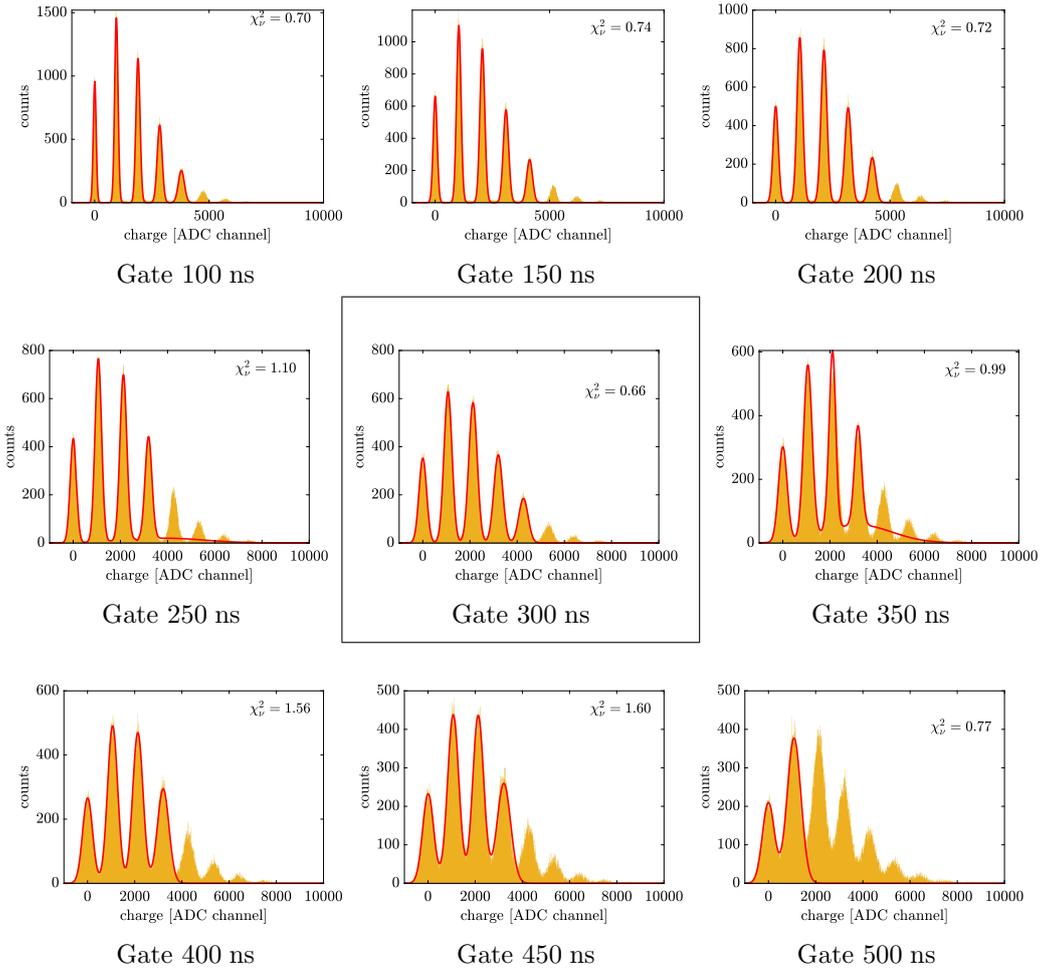


Figura 15: I grafici mostrano, per diversi valori del gate, lo spettro dei fotoni conteggiati. Il grafico riquadrato corrisponde a quello con il valore di gate ottimale: 300 ns.

Scanning gate

Ad un bias voltage di 53.5 V, si varia il gate da 100 ns a 500 ns a passi di 50 ns.

Nel grafico in figura 16 è riportato il delta picco-picco, ovvero la distanza dei centri di G_0 e G_1 , in funzione del gate.

Al crescere del gate di integrazione il delta picco-picco cresce secondo l'equazione:

$$\Delta pp(\text{gate}) = A \left(1 - e^{-\frac{(\text{gate}-D)}{B}} \right), \quad (9)$$

di parametri A, B, D , con un evidente asintoto orizzontale A che rappresenta il valore di saturazione.

Il gate ottimale è il primo valore del plateau asintotico ad A .

Tale valore rappresenta infatti il gate temporale per il quale è possibile integrare tutta la carica, integrando la minima quantità di rumore elettronico e, oltre al quale, saturando, si aggiungerebbe solo rumore alla misura multipicco.

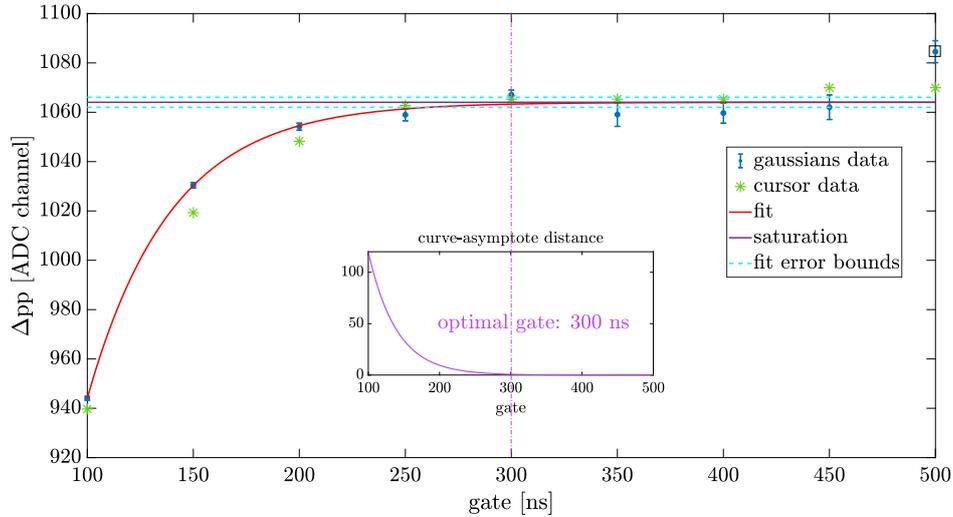


Figura 16: In verde sono riportate le distanze picco-picco individuate tramite cursore su software CAEN. In blu i valori corrispondenti calcolati dai parametri di fit degli istogrammi di conteggio (figura 15). In riferimento alla formula 9, è riportato: in rosso il fit dei dati sperimentali, in viola il valore di saturazione A e in azzurro l'errore sul valore di saturazione. In violetto è indicato, come gate ottimale, quello che per primo minimizza la distanza tra la curva di fit e il valore di saturazione. Il punto riquadrato, in alto a destra, è stato escluso dal fit.

Scanning bias

Fissato il gate al valore ottimale di 300 ns, si varia il bias voltage da 53.5 V a 58 V a passi di 0.5 V. E' riportato nel grafico (figura 17) il delta picco-picco in funzione del bias voltage.

Essendo Δpp e V_{bias} linearmente dipendenti, quando $\Delta pp = 0 \rightarrow V_{bias} = V_{breakdown}$.

Dal fit dei risultati sperimentali si è ottenuto:

$$V_{breakdown} = 51.39 \pm 0.02 \text{ V.}$$

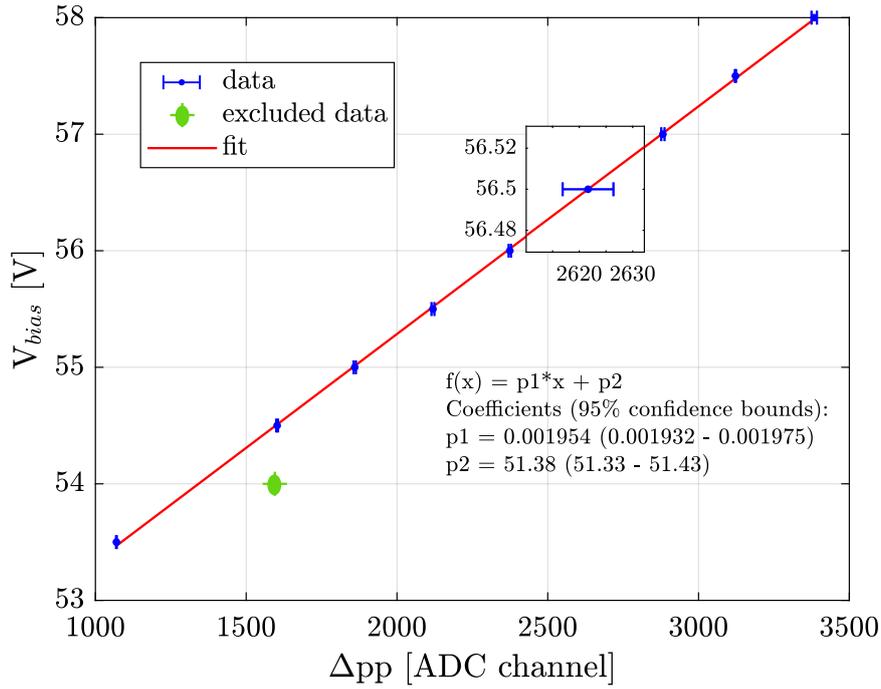


Figura 17: Sull'asse delle ascisse sono riportati i valori Δpp misurati. La variabile indipendente V_{bias} è posizionata in ordinata per semplicità di lettura.

La risoluzione R , intesa come capacità di un sensore ottico, quale è il SiPM, di distinguere due picchi adiacenti in uno spettro e quindi, nel caso seguente, di distinguere gaussiane, è definita come

$$R = \frac{\Delta pp}{\sqrt{(\sigma_1)^2 - (\sigma_0)^2}}. \quad (10)$$

Al crescere del bias voltage, la distanza tra le gaussiane cresce, ma contemporaneamente si fanno più consistenti rumore elettronico, OCT e After-pulse.

La diversa velocità di crescita delle ampiezze (figura 19) e distanza relativa tra i centri delle gaussiane (figura 17) consente di ipotizzare che l'andamento della curva di risoluzione in funzione del bias voltage ammetta un massimo assoluto o, al limite, oltre un dato valore di bias voltage, un plateau.

In figura 18 sono riportati i valori di risoluzione ottenuti in funzione del bias voltage. Il bias voltage ottimale è quello che massimizza il potere risolutivo:

$$\text{bias voltage ottimale} = 56.5 \text{ V.}$$

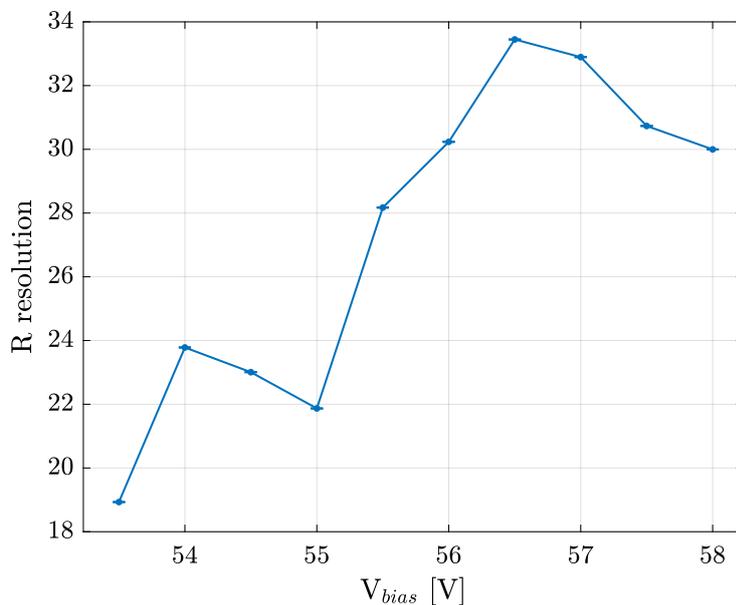


Figura 18: Il grafico presenta un massimo assoluto come atteso - le incertezze sui punti sono state attribuite propagando l'errore su R .

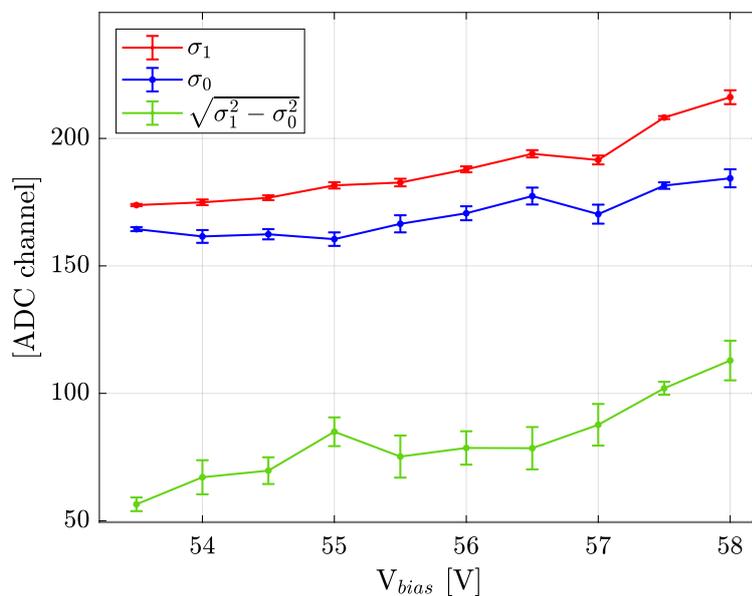


Figura 19: Andamento delle deviazioni standard delle prime due gaussiane dei grafici multiplico (figura 20) e della loro differenza in quadratura in funzione del bias voltage. Dal confronto con la figura 17 si nota che il tasso di crescita in funzione del bias voltage è notevolmente inferiore a quello di Δ_{pp} .

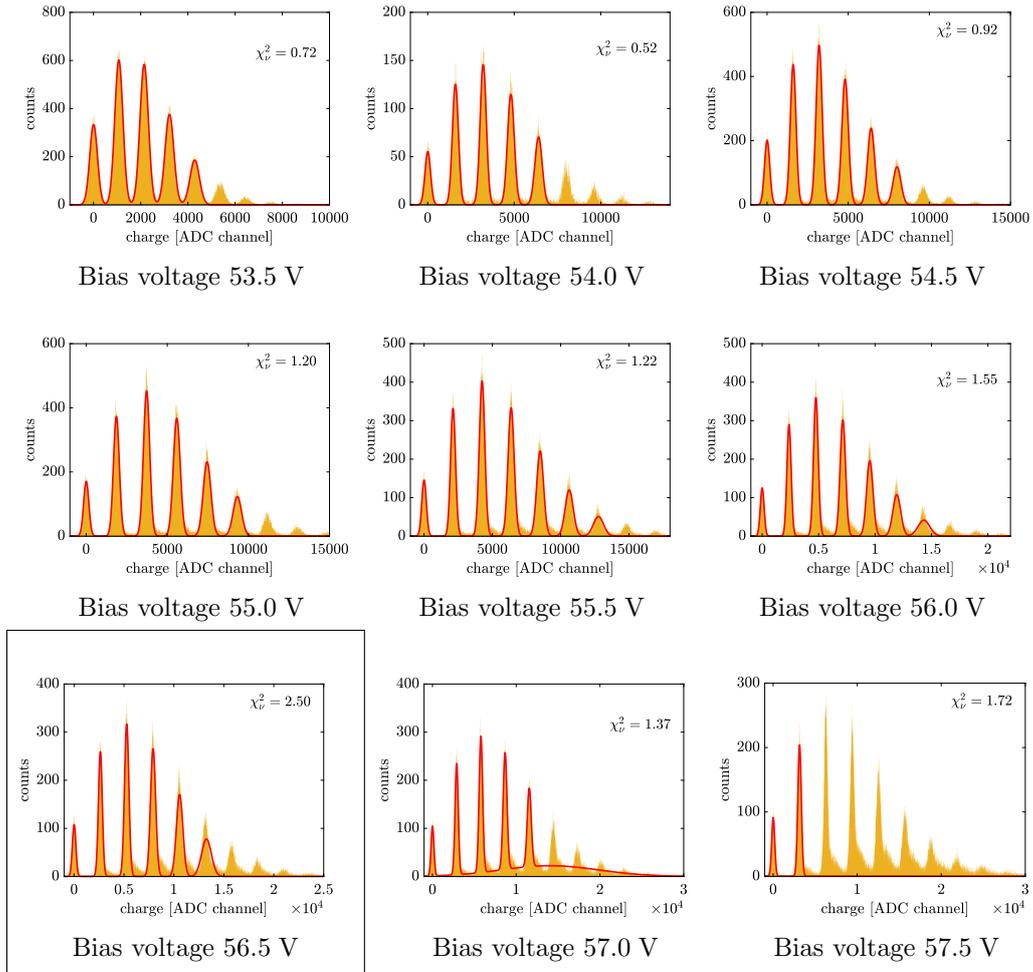


Figura 20: I grafici mostrano, per diversi valori del bias voltage, lo spettro dei fotoni conteggiati. Il grafico riquadrato corrisponde a quello con il valore di bias voltage ottimale.

3 Conclusioni

Si è stabilito attraverso un comune test di ipotesi se i risultati ottenuti con le differenti analisi (oscilloscopio, staircase e multi-peak) sono in accordo o meno.

La tabella 4 riporta i valori di t calcolati. t è definita come il rapporto tra la differenza in valore assoluto delle misure a confronto e la somma in quadratura delle loro incertezze al quadrato.

Due risultati sono compatibili al 95% di livello di confidenza se il valore di t ottenuto da essi è inferiore a 1.96.

| Analisi a confronto | <i>DCR</i> | <i>OCT</i> |
|----------------------------------|-------------------|-------------------|
| oscilloscopio - staircase (55 V) | 1.88 | 1.48 |
| oscilloscopio - multipeak (55 V) | 0.25 | - |
| staircase - multipeak (53 V) | 1.13 | - |
| staircase - multipeak (55 V) | 2.8 | - |
| staircase - multipeak (57 V) | 6.52 | - |
| - | <i>BDV</i> | - |
| oscilloscopio - multipeak | 6.8 | - |

Tabella 4: *Valutazione di compatibilità statistica dei valori di dark counts rate DCR e probabilità di optical cross talk OCT, ricavati dalle differenti analisi condotte. Il test statistico di ipotesi impiegato è definito nel testo.*

Con un livello di confidenza del 95% le analisi all'oscilloscopio risultano essere compatibili con le analisi staircase e multipeak; le analisi staircase e multipeak risultano compatibili solo per il bias voltage di 53 V. Gli altri risultati si rivelano essere statisticamente incompatibili tra loro.

Le discrepanze presenti possono essere giustificate dalla rilevante differenza di temperatura nei due giorni di raccolta dati e dalla variazione di temperatura nell'arco del secondo pomeriggio di raccolta.

Data la stretta dipendenza delle performance del SiPM dalla temperatura esterna, non si è perciò in grado di ritenere delle misure più corrette di altre.

Tuttavia, l'analisi staircase e multipeak light pulses offrono una maggiore precisione e tutte le informazioni necessarie alla corretta caratterizzazione dello strumento, pertanto sono preferibili.

In figura 21 è riportato il datasheet risultante da tutte le analisi svolte. Al suo interno, per completezza, sono riportati tutti i risultati ottenuti.

Quelli evidenziati in grassetto sono, a nostro parere, i più coerenti.

| Parametro | Analisi | Bias Voltage | Intervallo T | Valori |
|---------------|---------------|--------------|---------------------|------------------------|
| DCR | staircase | 53 V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 138 ± 1 kHz |
| | | 55V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 297 ± 1 kHz |
| BDV | multippeak | 57V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 430.2 ± 0.7 kHz |
| | | 53V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 151 ± 11 kHz |
| | | 55V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 314 ± 6 kHz |
| OCT | oscilloscopio | 57V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 502 ± 11 kHz |
| | | 55V | [28.2,28.6] ±0.1 °C | 312 ± 8 kHz |
| | | 53V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 0.50 ± 0.08 % |
| BDV | oscilloscopio | 55V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 2.2 ± 0.2 % |
| | | 57V | [25.4,26.1]±0.1 °C | 5.1 ± 0.3 % |
| | | 55V | [28.2,28.6] ±0.1 °C | 3.0 ± 0.5 % |
| Gate ottimale | multippeak | - | [28.2,28.6] ±0.1 °C | 51.82 ± 0.06 V |
| | | - | [25.4,26.1]±0.1 °C | ~ 300 ns |
| Bias ottimale | multippeak | - | [25.4,26.1]±0.1 °C | ~ 56.5 V |

Figura 21: Datasheet SiPM s13360-1350cs.

4 Appendice

Vengono di seguito riportati aspetti generali comuni all'intera relazione.

- I dati sono stati analizzati utilizzando il programma MATLAB (MathWorks R2017a/R2018b).
- Le incertezze sui risultati sperimentali, se non specificato diversamente, sono riportate con un livello di confidenza del 68%.
- Siano $x_1 \dots x_n$ n misure, sono così definite le grandezze:

$$- \text{Media } \bar{x} = \frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n}$$

$$- \text{Deviazione Standard } \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$- \text{Deviazione Standard della media } \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$$

- Con 'propagazione degli errori' o 'propagando l'errore' si fa riferimento al computo dell'incertezza di una funzione a più variabili secondo la seguente:

siano $x_1 \dots x_n$ n misure con incertezze $\delta x_1 \dots \delta x_n$ indipendenti e casuali e sia $f(x_1, \dots, x_n)$ la funzione oggetto di calcolo, allora l'incertezza su f è data da

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \delta x_1\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \delta x_n\right)^2}$$

risulta inoltre

$$\delta f \leq \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \delta x_1 + \dots + \left| \frac{\partial f}{\partial x_n} \right| \delta x_n$$

che costituisce sempre il limite superiore dell'incertezza su f .

Se $f(x, y)$ è una funzione di due variabili x, y correlate tra loro allora

$$\delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x} \sigma_x\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \sigma_y\right)^2 + 2 \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \sigma_{xy}}$$

dove $\sigma_{xy} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})(y_k - \bar{y})}{n}$ è la covarianza di x e y ; anche in questo caso è valido il limite superiore definito sopra.

Nei casi in cui le misure correlate da cui dipende f sono risultate maggiori di due, si è trascurata la covarianza nel computo dell'incertezza su f , impiegando il limite superiore come incertezza, sovrastimando perciò l'errore associato ad f .

- La bontà dei fit presenti nella relazione è valutata utilizzando la statistica del chi-quadrato ridotto. Esso è così definito

$$\chi_{\nu}^2 = \frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^n \frac{O_i - C_i}{\sigma_i^2}$$

con O_i dati osservati di varianza σ_i , C_i dati calcolati e $\nu = n - m$ gradi di libertà, dove n è pari al numero di osservazioni e m è pari al numero di parametri fittati.

Si definisce varianza dell'errore il rapporto tra la somma dei residui quadrati (SSR- Sum of Squared Residuals) e il numero di gradi di libertà.

La SSR è un indicatore della discrepanza tra i dati ed il modello scelto ed è calcolata come la somma degli offset, tra modello teorico puro e modello teorico parametrizzato dal fit, al quadrato.

- Se $\chi_\nu^2 = 1$ l'accordo tra dati e fit è perfetto.
 - Se $\chi_\nu^2 > 1$ la varianza dell'errore è stata sottostimata.
 - Se $\chi_\nu^2 < 1$ la varianza dell'errore è stata sovrastimata.
 - Se $\chi_\nu^2 \gg 1$ il fit non si accorda ai dati.
- Per un istogramma, i pesi attribuiti al conteggio di ciascun bin dell'istogramma sono calcolati mediante errore binomiale:

$$peso = \frac{1}{[\text{eventi totali}] \cdot p_{bin} \cdot (1 - p_{bin})}$$

$$\text{con } p_{bin} = \frac{[\text{conteggio}]}{[\text{eventi totali}]}.$$

- I testi teorici di riferimento sono:
 - John R. Taylor, *Introduzione all'analisi degli errori - Lo studio delle incertezze nelle misure fisiche*, II edizione, Zanichelli, 2000
 - Marco Boella, *Probabilità e statistica per ingegneria e scienze*, Pearson, 2011
 - Pasquale Erto, *Probabilità e statistica per le scienze e l'ingegneria*, III edizione, McGraw-Hill, 2008

5 Lista figure

- Figura 1: *importata da <https://de.wikipedia.org/wiki/Avalanche-Photodiode>*
- Figure 2, 5, 6, 7, 10, 13: *importate da documenti presenti nel sito ufficiale dell'azienda CAEN - Tools for Discovery (<https://www.caen.it/>)*
- Figure 3, 4: *importate da <https://www.youtube.com/watch?v=Oc-JEjaTHGs> sensl*